



★ PHẦN III. PHÂN DẠNG TỔNG ÔN

■ CỤM 1. Chứng minh bất đẳng thức & tìm GTLN–GTNN (ôn B5)

Phương pháp. Đưa BĐT về dạng tổng các bình phương hiển nhiên không âm, hoặc dùng Cô-si/Bunhia. Với GTLN–GTNN: chặn một phía rồi **chỉ ra điểm rơi** (dấu “=” tồn tại). Với “số hạng + nghịch đảo” dùng Cô-si hai số; nhớ điều kiện các số không âm/dương.

Bài 1.1. Cho $a, b > 0$. Chứng minh $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$. Dấu “=” khi nào?

Bài 1.2. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x) = x + \frac{9}{x-1}$ với $x > 1$.

Bài 1.3. Cho $x, y > 0$ và $x + y = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

■ CỤM 2. Bất phương trình bậc nhất: tích, thương, giá trị tuyệt đối (ôn B6)

Phương pháp. Chuyển hết về *một vế* (so với 0), phân tích thành tích/thương các nhị thức, **lập bảng xét dấu** rồi đọc nghiệm (mẫu $\neq 0$, chú ý đầu mút). Với $|\cdot|$: $|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$; $|A| > B \Leftrightarrow A > B$ hoặc $A < -B$; nếu vế phải chứa ẩn thì kèm điều kiện vế phải ≥ 0 .

Bài 2.1. Giải bất phương trình $\frac{2x-1}{x+3} < 1$.

Bài 2.2. Giải bất phương trình $(x+1)(x-2)(x-4) \leq 0$.

Bài 2.3. Giải bất phương trình $|2x+1| > x+2$.

■ CỤM 3. Dấu tam thức & bất phương trình bậc hai (ôn B7)

Phương pháp. Tìm nghiệm tam thức, xác định dấu a , lập bảng xét dấu theo định lí “trong trái, ngoài cùng”. Với BPT tích/thương chứa tam thức: chuyển về một vế, phân tích, lập bảng xét dấu chung (mẫu $\neq 0$). Nhớ trường hợp $\Delta < 0$ (giữ nguyên dấu a) và $\Delta = 0$ (nghiệm kép).

Bài 3.1. Lập bảng xét dấu tam thức $f(x) = -2x^2 + 5x - 2$.

Bài 3.2. Giải bất phương trình $2x^2 - 7x + 3 > 0$.

Bài 3.3. Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 5x + 6}{x-1} \leq 0$.

■ CỤM 4. Bất phương trình quy về bậc hai (căn, giá trị tuyệt đối) (ôn B7)

Phương pháp. Với căn $\sqrt{A} < B$: dùng hệ $\{A \geq 0; B > 0; A < B^2\}$; với $\sqrt{A} > B$ phải chia trường hợp theo dấu B . Với $|\cdot|$: đặt ẩn phụ $t = |x| \geq 0$ hoặc phá dấu theo khoảng. Luôn **đối chiếu điều kiện** khi kết luận.

Bài 4.1. Giải bất phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} < 1 - x$.

Bài 4.2. Giải bất phương trình $x^2 - 3|x| + 2 \leq 0$.

Bài 4.3. Giải bất phương trình $\sqrt{x+2} \geq x$.



PHẦN 5. Bài toán chứa tham số (ôn B6–B7: xét riêng $a = 0$ và điều kiện Δ)

Phương pháp. Với “ $f(x) \geq 0$ (hoặc > 0) nghiệm đúng $\forall x$ ”: dùng bảng điều kiện theo a và Δ ; xét riêng $a = 0$ khi hệ số bậc hai chứa tham số. Với “có nghiệm”: lấy phủ định của “nghiệm đúng với mọi x ”. Chuyển “vô nghiệm” của BPT này thành “BPT ngược lại đúng $\forall x$ ”.

Bài 5.1. Tìm m để $x^2 + 2(m - 1)x + m + 5 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Bài 5.2. Tìm m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 4 \leq 0$ có nghiệm.

Bài 5.3. Tìm m để $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3m - 3 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.