



ÔN TẬP CHƯƠNG II

BẤT ĐẲNG THỨC VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Tài liệu tổng ôn — Toán 10 (Kết nối tri thức)

Gộp Bài 5. Bất đẳng thức · Bài 6. BPT bậc nhất một ẩn · Bài 7. BPT bậc hai một ẩn

Nội dung tài liệu

- ☐ **Phần I.** Hệ thống kiến thức toàn chương (sơ đồ mạch chương + bảng tóm tắt).
- ☐ **Phần II.** Bài toán tổng hợp (mỗi bài phối hợp nhiều kỹ thuật).
- ☐ **Phần III.** Phân dạng tổng ôn (5 cụm chủ đề).
- ☐ **Phần IV.** Nâng cao / Học sinh giỏi.
- ☐ **Phần V.** Ba đề kiểm tra chương (45 phút / 10 điểm).
- ☐ **Phần VI.** Lời giải & đáp án.

Họ và tên:

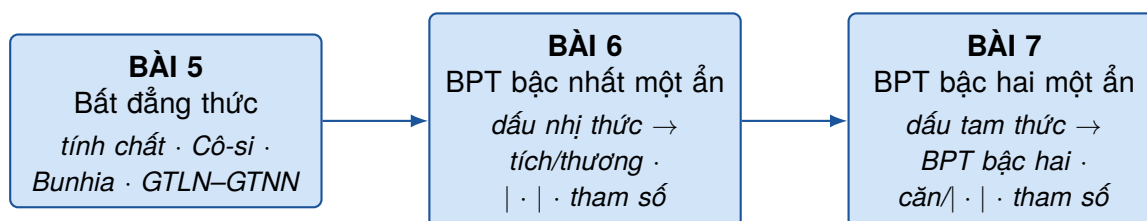
Lớp: Trường:



★ PHẦN I. HỆ THỐNG KIẾN THỨC

1. Sơ đồ mạch chương

Chương II phát triển theo mạch từ *bất đẳng thức* tới *bất phương trình*, và bên trong bất phương trình thì đi từ *bậc nhất* tới *bậc hai*. Công cụ chủ đạo xuyên suốt là **xét dấu**: xét dấu nhị thức bậc nhất (Bài 6) chính là bàn đạp cho xét dấu tam thức bậc hai (Bài 7).



Mũi tên dọc là “là nền cho”: đánh giá bằng bất đẳng thức giúp chặn và tìm điều kiện; xét dấu nhị thức bậc nhất là bước chuẩn bị cho xét dấu tam thức bậc hai.

2. Bảng tóm tắt ba bài

Bài	Kiến thức cốt lõi & ký hiệu	Ví dụ mẫu siêu ngắn
B5. Bất đẳng thức	Tính chất BĐT (cộng, nhân số dương/âm <i>đổi chiều</i> , bậc cầu). BĐT nền: $a^2 \geq 0$, $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Cô-si ($a, b \geq 0$): $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. Bunhia : $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$. Tìm GTLN–GTNN: chặn một phía và chỉ ra điểm rơi (dấu “=”).	$x > 0$: $x + \frac{1}{x} \geq 2$, dấu “=” tại $x = 1$.
B6. BPT bậc nhất một ẩn	$ax + b > 0$ ($a \neq 0$); hai quy tắc (chuyển vế; nhân/chia, số âm <i>đổi chiều</i>). Dấu nhị thức $ax + b$: “ <i>phải cùng, trái trái</i> ”. BPT tích/thương → lập bảng xét dấu (mẫu $\neq 0$). GTTĐ: $ A < B \Leftrightarrow -B < A < B$. Tham số: xét riêng $A = 0$.	$\frac{x+2}{x-1} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 1$.
B7. BPT bậc hai một ẩn	Tam thức $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Định lí dấu : “ <i>trong trái, ngoài cùng</i> ”; $\Delta < 0 \Rightarrow$ cùng dấu a khắp nơi. Quy về bậc hai (căn/ · : ĐKXD + xét dấu hai vế). Tham số: $f(x) > 0 \forall x \Leftrightarrow a > 0, \Delta < 0$ (xét riêng $a = 0$).	$x^2 - 5x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$.

3. Kết nối kiến thức toàn chương

Vì sao ba bài là **MỘT khối**

- Xét dấu nhị thức (B6) là bàn đạp cho xét dấu tam thức (B7)**: cùng một thao tác — tìm nghiệm, lập bảng, đổi dấu khi x vượt qua nghiệm. Tam thức khi $\Delta > 0$ phân tích thành tích hai nhị thức nên bảng xét dấu là “chồng” hai bảng nhị thức.
- Bất đẳng thức (B5) dùng để chặn và tìm điều kiện**: nhiều bài GTLN–GTNN và bài tham số cần một đánh giá Cô-si/Bunhia mới khép được kết luận (ví dụ “ $m \leq x + \frac{1}{x}$ với mọi $x > 0$ ” quy về min $(x + \frac{1}{x}) = 2$).
- Giá trị tuyệt đối & điều kiện xác định xuyên suốt B6→B7**: BPT chứa $| \cdot |$ hoặc chứa căn đều được đưa về BPT bậc nhất/bậc hai — luôn nhớ điều kiện và xét dấu về còn lại *trước* khi bình phương.



- (iv) **Tham số Δ** : khi hệ số bậc hai chứa tham số, phải *xét riêng* trường hợp $a = 0$ (khi đó bài toán tụt về nhị thức bậc nhất — đúng nội dung B6) rồi mới dùng điều kiện theo Δ .

📌 **Chú ý.** Những sai lầm kinh điển toàn chương:

- (i) Dùng **Cô-si** khi chưa có điều kiện không âm; kết luận GTLN–GTNN mà quên chỉ ra dấu “=” đạt được (điểm rơi phải tồn tại).
- (ii) **Nhân chéo BPT** chứa ẩn ở mẫu mà không xét dấu mẫu; **biến phương BPT** căn mà bỏ qua trường hợp về còn lại âm.
- (iii) Dấu tam thức phụ thuộc cả a lẫn Δ : $\Delta < 0$ nghĩa là tam thức giữ nguyên dấu của a , không phải “luôn dương”.
- (iv) Tham số ở hệ số bậc hai: **bỏ sót trường hợp** $a = 0$; nhầm đầu mút đóng/mở khi đọc nghiệm ($>$ hay $\geq$).



★ PHẦN II. BÀI TOÁN TỔNG HỢP

Ví dụ 1. Cho $x > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x) = x + \frac{4}{x}$, rồi giải bất phương trình $x + \frac{4}{x} \leq 5$.

Lời giải. GTNN. Vì $x > 0$ nên áp dụng Cô-si cho hai số dương: $x + \frac{4}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} = 4$, dấu “=” khi $x = \frac{4}{x} \Leftrightarrow x = 2$. Vậy $\min f = 4$ tại $x = 2$.

Giải BPT. Với $x > 0$: $x + \frac{4}{x} \leq 5 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 5x + 4}{x} \leq 0$; vì $x > 0$ nên tương đương $x^2 - 5x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$. Vậy $S = [1; 4]$. (Nối B5: Cô-si, điểm rơi · B7: tam thức · B6: đưa thương về xét dấu.)

Ví dụ 2. Giải hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x-1}{x+2} \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 < 0. \end{cases}$$

Lời giải. BPT thứ nhất (điều kiện $x \neq -2$): $\frac{x-1}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow x < -2$ hoặc $x \geq 1$. BPT thứ hai: $x^2 - 4x + 3 < 0$ có nghiệm 1; 3, $a > 0$ nên $1 < x < 3$. Giao hai tập nghiệm: $[(-\infty; -2) \cup [1; +\infty)] \cap (1; 3) = (1; 3)$. Vậy $S = (1; 3)$. (Nối B6: BPT thương · B7: BPT bậc hai.)

Ví dụ 3. Giải bất phương trình $x^2 - |x| - 6 \leq 0$.

Lời giải. Đặt $t = |x| \geq 0$. Bất phương trình thành $t^2 - t - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (t-3)(t+2) \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 3$; kết hợp $t \geq 0$ được $0 \leq t \leq 3$, tức $|x| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$. Vậy $S = [-3; 3]$. (Nối B7: BPT bậc hai theo ẩn phụ · B6: khử $|\cdot|$.)

Ví dụ 4. Tìm tất cả giá trị của m để bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(m-2)x + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải. Trường hợp $a = 0$, tức $m = 2$: bất phương trình thành $3 > 0$ — luôn đúng, nhận $m = 2$.

Trường hợp $m \neq 2$: cần $\begin{cases} m-2 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$ với $\Delta' = (m-2)^2 - 3(m-2) = (m-2)(m-5)$. Ta có $m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ và $(m-2)(m-5) < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 5$, nên $2 < m < 5$.

Hợp hai trường hợp: $2 \leq m < 5$. (Nối B7: điều kiện theo Δ · B6: khi $a = 0$ bài tự về hằng/nhị thức.)

Ví dụ 5. Một quả bóng được ném thẳng đứng lên cao; độ cao (mét) sau t giây là $h(t) = -5t^2 + 15t + 10$ ($t \geq 0$). a) Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng. b) Trong khoảng thời gian nào quả bóng ở độ cao lớn hơn 20 mét?

Lời giải. a) $h(t) = -5\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \leq \frac{85}{4} = 21,25$, dấu “=” tại $t = \frac{3}{2}$. Vậy độ cao lớn nhất là 21,25 m (đánh giá bằng cách đưa về bình phương).

b) $h(t) > 20 \Leftrightarrow -5t^2 + 15t + 10 > 20 \Leftrightarrow -5t^2 + 15t - 10 > 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < t < 2$. Vậy quả bóng ở độ cao trên 20 m trong khoảng từ giây thứ 1 đến giây thứ 2. (Nối B5: chặn trên bằng bình phương · B7: BPT bậc hai.)

Ví dụ 6. Giải bất phương trình $\sqrt{x^2 - x - 6} < x$.

Lời giải. Bất phương trình tương đương với hệ

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0 \\ x > 0 \\ x^2 - x - 6 < x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \text{ hoặc } x \geq 3 \\ x > 0 \\ -x - 6 < 0 \text{ (luôn đúng khi } x > 0) \end{cases}$$



3 ba điều kiện: $x \geq 3$. Vậy $S = [3; +\infty)$. (Nối B7: đưa căn về bậc hai, ĐKXD · B6: xét dấu & đối chiếu điều kiện về phải.)



★ PHẦN III. PHÂN DẠNG TỔNG ÔN

■ CỤM 1. Chứng minh bất đẳng thức & tìm GTLN–GTNN (ôn B5)

Phương pháp. Đưa BĐT về dạng tổng các bình phương hiển nhiên không âm, hoặc dùng Cô-si/Bunhia. Với GTLN–GTNN: chặn một phía rồi **chỉ ra điểm rơi** (dấu “=” tồn tại). Với “số hạng + nghịch đảo” dùng Cô-si hai số; nhớ điều kiện các số không âm/dương.

Bài 1.1. Cho $a, b > 0$. Chứng minh $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$. Dấu “=” khi nào?

Bài 1.2. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x) = x + \frac{9}{x-1}$ với $x > 1$.

Bài 1.3. Cho $x, y > 0$ và $x + y = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

■ CỤM 2. Bất phương trình bậc nhất: tích, thương, giá trị tuyệt đối (ôn B6)

Phương pháp. Chuyển hết về **một vế** (so với 0), phân tích thành tích/thương các nhị thức, **lập bảng xét dấu** rồi đọc nghiệm (mẫu $\neq 0$, chú ý đầu mút). Với $|\cdot|$: $|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$; $|A| > B \Leftrightarrow A > B$ hoặc $A < -B$; nếu vế phải chứa ẩn thì kèm điều kiện vế phải ≥ 0 .

Bài 2.1. Giải bất phương trình $\frac{2x-1}{x+3} < 1$.

Bài 2.2. Giải bất phương trình $(x+1)(x-2)(x-4) \leq 0$.

Bài 2.3. Giải bất phương trình $|2x+1| > x+2$.

■ CỤM 3. Dấu tam thức & bất phương trình bậc hai (ôn B7)

Phương pháp. Tìm nghiệm tam thức, xác định dấu a , lập bảng xét dấu theo định lí “trong trái, ngoài cùng”. Với BPT tích/thương chứa tam thức: chuyển về một vế, phân tích, lập bảng xét dấu chung (mẫu $\neq 0$). Nhớ trường hợp $\Delta < 0$ (giữ nguyên dấu a) và $\Delta = 0$ (nghiệm kép).

Bài 3.1. Lập bảng xét dấu tam thức $f(x) = -2x^2 + 5x - 2$.

Bài 3.2. Giải bất phương trình $2x^2 - 7x + 3 > 0$.

Bài 3.3. Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 5x + 6}{x-1} \leq 0$.

■ CỤM 4. Bất phương trình quy về bậc hai (căn, giá trị tuyệt đối) (ôn B7)

Phương pháp. Với căn $\sqrt{A} < B$: dùng hệ $\{A \geq 0; B > 0; A < B^2\}$; với $\sqrt{A} > B$ phải chia trường hợp theo dấu B . Với $|\cdot|$: đặt ẩn phụ $t = |x| \geq 0$ hoặc phá dấu theo khoảng. Luôn **đối chiếu điều kiện** khi kết luận.

Bài 4.1. Giải bất phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} < 1 - x$.

Bài 4.2. Giải bất phương trình $x^2 - 3|x| + 2 \leq 0$.

Bài 4.3. Giải bất phương trình $\sqrt{x+2} \geq x$.



PHẦN 5. Bài toán chứa tham số (ôn B6–B7: xét riêng $a = 0$ và điều kiện Δ)

Phương pháp. Với “ $f(x) \geq 0$ (hoặc > 0) nghiệm đúng $\forall x$ ”: dùng bảng điều kiện theo a và Δ ; xét riêng $a = 0$ khi hệ số bậc hai chứa tham số. Với “có nghiệm”: lấy phủ định của “nghiệm đúng với mọi x ”. Chuyển “vô nghiệm” của BPT này thành “BPT ngược lại đúng $\forall x$ ”.

Bài 5.1. Tìm m để $x^2 + 2(m - 1)x + m + 5 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Bài 5.2. Tìm m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 4 \leq 0$ có nghiệm.

Bài 5.3. Tìm m để $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3m - 3 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.



★ PHẦN IV. NÂNG CAO / HỌC SINH GIỎI

Nâng cao 1. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$.

Nâng cao 2. Cho $x \geq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x) = x + \frac{9}{x}$.

Nâng cao 3. Tìm tất cả giá trị của m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m+1)x + 2m-1 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Nâng cao 4. (HSA) Giải bất phương trình $\sqrt{3x^2 + 5x + 7} - \sqrt{3x^2 + 5x + 2} > 1$.

Nâng cao 5. Tìm tất cả giá trị của m để $x^2 - mx + 1 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$.



★ ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II — SỐ 1

Thời gian: 45 phút — Thang điểm 10

Họ và tên: Lớp:

Mức độ	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao
Tỉ lệ điểm	40% (4,0đ)	30% (3,0đ)	20% (2,0đ)	10% (1,0đ)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (12 câu $\times$ 0,25đ = 3,0 điểm)

Câu 1. Với mọi số thực a, b , khẳng định nào sau đây *luôn đúng*?

- A) $a^2 + b^2 \leq 2ab$.
- B) $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
- C) $2ab \geq a^2 + b^2$.
- D) $a^2 + b^2 = 2ab$.

Câu 2. Bất đẳng thức Cô-si $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ áp dụng được khi

- A) $a \geq 0$ và $b \geq 0$.
- B) a, b tùy ý.
- C) $ab \geq 0$.
- D) $a \leq 0$ và $b \leq 0$.

Câu 3. Với $x > 0$, giá trị nhỏ nhất của $x + \frac{4}{x}$ bằng

- A) 2.
- B) 8.
- C) 16.
- D) 4.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $|x - 1| < 2$ là

- A) $[-1; 3]$.
- B) $(-3; 1)$.
- C) $(-1; 3)$.
- D) $(1; 3)$.

Câu 5. Tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$ nhận giá trị âm khi

- A) $1 < x < 2$.
- B) $x < 1$ hoặc $x > 2$.
- C) $x \in \mathbb{R}$.
- D) $x < 2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ là

- A) $(2; 3)$.
- B) $[2; 3]$.
- C) $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.
- D) $[-3; -2]$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-1}{x+2} \geq 0$ là



$[-2; 1]$.

B) $(-2; 1]$.

C) $(-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$.

D) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

Câu 8. Tam thức $f(x) = x^2 + x + 1$

A) đổi dấu qua $x = -1$.

B) âm với mọi x .

C) dương với mọi x .

D) có hai nghiệm phân biệt.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 4x - 3 > 0$ là

A) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

B) $[1; 3]$.

C) $(-3; -1)$.

D) $(1; 3)$.

Câu 10. Giá trị của m để $x^2 + 2x + m > 0$ nghiệm đúng với mọi x là

A) $m > 1$.

B) $m \geq 1$.

C) $m < 1$.

D) $m \leq 1$.

Câu 11. Cho $a, b > 0$ và $a + b = 6$. Giá trị lớn nhất của ab là

A) 6.

B) 9.

C) 12.

D) 36.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ là

A) $[-1; 3]$.

B) $(-1; 3)$.

C) $[-3; 1]$.

D) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

PHẦN II. ĐÚNG/SAI (3 câu $\times$ 1,0đ = 3,0 điểm)

Câu 1. Xét tính đúng, sai của mỗi khẳng định:

a) Với mọi $a \in \mathbb{R}$, $a^2 \geq 0$. b) Với mọi $a, b > 0$, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$. c) Với mọi a, b , $a^2 + b^2 \geq 2ab$ và dấu “=” khi $a = b$. d) Với $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \geq 2$ và dấu “=” khi $x = -1$.

Câu 2. Cho tam thức $f(x) = 2x^2 - 3x - 5$. Xét tính đúng, sai:

a) $f(x) = 0$ tại $x = -1$ và $x = \frac{5}{2}$. b) $f(x) < 0$ khi $-1 < x < \frac{5}{2}$. c) $f(x) > 0$ khi $x < -1$ hoặc $x > \frac{5}{2}$. d) $f(0) = 5$.

Câu 3. Cho bất phương trình $\frac{x+1}{x-3} \leq 0$. Xét tính đúng, sai:

a) Điều kiện xác định là $x \neq 3$. b) Tập nghiệm là $[-1; 3]$. c) $x = 0$ là một nghiệm. d) $x = 3$ là một nghiệm.



PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN (4 câu $\times$ 1,0đ = 4,0 điểm)

- Câu 1.** Cho $a, b > 0$ và $ab = 9$. Giá trị nhỏ nhất của $a + b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 2.** Bất phương trình $|2x - 1| \leq 5$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?
- Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 7x + 10 \leq 0$ là đoạn $[a; b]$. Tính $b - a$.
- Câu 4.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $x^2 - 2mx + 9 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?



★ ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II — SỐ 2

Thời gian: 45 phút — Thang điểm 10

Họ và tên: Lớp:

Mức độ	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao
Tỉ lệ điểm	40% (4,0đ)	30% (3,0đ)	20% (2,0đ)	10% (1,0đ)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (12 câu $\times$ 0,25đ = 3,0 điểm)

Câu 1. Với hai số $a, b > 0$, bất đẳng thức Cô-si cho $a + b$ là

- A) $\sqrt{ab}$.
- B) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.
- C) ab .
- D) $2ab$.

Câu 2. Bất đẳng thức $(a - b)^2 \geq 0$ tương đương với

- A) $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
- B) $a^2 + b^2 \leq 2ab$.
- C) $2ab \geq a^2 + b^2$.
- D) $a^2 + b^2 \geq ab$.

Câu 3. Với $x > 0$, giá trị nhỏ nhất của $x + \frac{9}{x}$ bằng

- A) 9.
- B) 18.
- C) 6.
- D) 3.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x - 1| \leq 3$ là

- A) $(-1; 2)$.
- B) $[-2; 1]$.
- C) $[1; 2]$.
- D) $[-1; 2]$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x - 4)(x + 1) > 0$ là

- A) $(-1; 2)$.
- B) $(2; +\infty)$.
- C) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
- D) $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 6. Tam thức $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ nhận giá trị dương khi

- A) $x < -1$ hoặc $x > 3$.
- B) $-1 < x < 3$.
- C) $1 < x < 3$.
- D) $x \in \mathbb{R}$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + x - 6 > 0$ là



$(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B) $(-3; 2)$.

C) $[-3; 2]$.

D) $(-2; 3)$.

Câu 8. Tam thức $f(x) = 3x^2 + x + 1$

A) có nghiệm kép.

B) âm với mọi x .

C) dương với mọi x .

D) có hai nghiệm phân biệt.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4 \geq 0$ là

A) $[-2; 2]$.

B) $(-2; 2)$.

C) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Câu 10. Giá trị của m để $x^2 - 2x + m - 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi x là

A) $m > 2$.

B) $m < 2$.

C) $m \geq 2$.

D) $m \leq 2$.

Câu 11. Cho $x, y > 0$ và $x + y = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bằng

A) 2.

B) 1.

C) 4.

D) $\frac{1}{2}$.

Câu 12. Bất phương trình $x^2 - x - 2 \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A) 3.

B) 4.

C) 2.

D) 5.

PHẦN II. ĐÚNG/SAI (3 câu $\times$ 1,0đ = 3,0 điểm)

Câu 1. Xét tính đúng, sai của mỗi khẳng định:

a) Với $a, b > 0$, $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$. b) Áp dụng Cô-si cho hai số -1 và -4 được $\frac{-1 - 4}{2} \geq \sqrt{4}$.

c) Với $a, b \geq 0$, $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ và dấu “=” khi $a = b$. d) Nếu $a, b > 0$ và $a + b = 10$ thì $ab \leq 25$.

Câu 2. Cho tam thức $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Xét tính đúng, sai:

a) $f(x) > 0$ khi $x < 1$ hoặc $x > 3$. b) $f(x) \leq 0$ khi $1 \leq x \leq 3$. c) $f(2) = -1$. d) Phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm.

Câu 3. Cho bất phương trình $x^2 - 3x \leq 0$. Xét tính đúng, sai:

a) Bất phương trình tương đương $x(x - 3) \leq 0$. b) Tập nghiệm là $[0; 3]$. c) $x = -1$ là một nghiệm. d) Bất phương trình có đúng 4 nghiệm nguyên.



PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN (4 câu $\times$ 1,0đ = 4,0 điểm)

Câu 1. Cho $a, b > 0$ và $a + b = 8$. Giá trị lớn nhất của ab bằng bao nhiêu?

Câu 2. Bất phương trình $|x - 2| < 3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 5x + 2 < 0$ là khoảng $(a; b)$. Tính $2a + b$.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $x^2 + 2mx + m + 6 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?



★ ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II — SỐ 3

Thời gian: 45 phút — Thang điểm 10

(Đề khó hơn — nặng vận dụng, có câu chạm phần nâng cao)

Họ và tên: Lớp:

Mức độ	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao
Tỉ lệ điểm	30% (3,0đ)	30% (3,0đ)	25% (2,5đ)	15% (1,5đ)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (12 câu $\times$ 0,25đ = 3,0 điểm)

Câu 1. Cho $a, b, c > 0$. Bất đẳng thức nào sau đây *sai*?

- A) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.
- B) $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
- C) $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$.
- D) $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$.

Câu 2. Với $x > 1$, giá trị nhỏ nhất của $x + \frac{1}{x-1}$ bằng

- A) 2.
- B) 1.
- C) 3.
- D) 4.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ là

- A) $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
- B) $[1; 2]$.
- C) $(1; 2)$.
- D) $\mathbb{R}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - |x| - 2 \leq 0$ là

- A) $[-1; 2]$.
- B) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
- C) $[-2; -1] \cup [1; 2]$.
- D) $[-2; 2]$.

Câu 5. Tìm m để $(m-1)x^2 - 2mx + m + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A) $m > \frac{3}{2}$.
- B) $m \geq \frac{3}{2}$.
- C) $m > 1$.
- D) $1 < m < \frac{3}{2}$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+2} < x$ là

- A) $[2; +\infty)$.
- B) $(2; +\infty)$.
- C) $(-1; 2)$.



$(-2; 2)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 1}{x - 2} \geq 0$ là

- A) $[-1; 1] \cup (2; +\infty)$.
- B) $(-\infty; -1] \cup [1; 2)$.
- C) $[-1; 1] \cup [2; +\infty)$.
- D) $(-1; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 8. Tập nghiệm của hệ $\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases}$ là

- A) $(-1; 2)$.
- B) $(2; +\infty)$.
- C) $(-2; -1)$.
- D) $\emptyset$.

Câu 9. Tìm m để $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A) $m \leq 1$.
- B) $m < 1$.
- C) $m \geq 1$.
- D) $m > 1$.

Câu 10. Cho $x, y > 0$ và $x + 2y = 3$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ bằng

- A) 9.
- B) 6.
- C) 1.
- D) 3.

Câu 11. Bất phương trình $|x - 1| + |x - 2| \leq 3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A) 3.
- B) 4.
- C) 5.
- D) 6.

Câu 12. Tìm m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều dương.

- A) $m > 2$.
- B) $m < -1$.
- C) $-2 < m < -1$.
- D) $m > -2$.

PHẦN II. ĐÚNG/SAI (3 câu $\times$ 1,0đ = 3,0 điểm)

Câu 1. Cho $a, b, c > 0$. Xét tính đúng, sai:

- a) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.
- b) $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$.
- c) Nếu $abc = 1$ thì $a + b + c \geq 3$.
- d) $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$.

Câu 2. Cho tam thức $f(x) = (m - 1)x^2 - 2mx + m + 3$ (tham số m). Xét tính đúng, sai:

- a) Khi $m = 1$, $f(x) = -2x + 4$ là nhị thức bậc nhất.
- b) $f(x) > 0$ với mọi x khi và chỉ khi $m > \frac{3}{2}$.
- c) Khi $m = 2$, $f(x) = x^2 - 4x + 5 > 0$ với mọi x .
- d) Có giá trị $m < 1$ để $f(x) > 0$ với mọi x .



3. Cho bất phương trình $\sqrt{x-1} \geq x-3$. Xét tính đúng, sai:

- a) Điều kiện xác định là $x \geq 1$. b) Với $1 \leq x < 3$, bất phương trình luôn đúng. c) Với $x \geq 3$, bất phương trình tương đương $x^2 - 7x + 10 \leq 0$. d) Tập nghiệm là $[1; +\infty)$.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN (4 câu $\times$ 1,0đ = 4,0 điểm)

Câu 1. Cho $a, b > 0$ và $a + b = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Bất phương trình $x^2 - |x| - 6 \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Câu 3. Cho bất phương trình $\frac{x^2 - 4}{x - 1} \geq 0$. Tập nghiệm chứa bao nhiêu số nguyên âm?

Câu 4. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để $x^2 - mx + 1 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$.



★ PHẦN VI. LỜI GIẢI & ĐÁP ÁN

Phần III — Phân dạng tổng ôn

Cụm 1.

Bài 1.1. Khai triển: $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$. Theo Cô-si $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ (hai số dương), nên tổng ≥ 4 . Dấu “=” khi $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$, tức $a = b$.

Bài 1.2. Với $x > 1$: $f(x) = (x - 1) + \frac{9}{x - 1} + 1 \geq 2\sqrt{(x - 1) \cdot \frac{9}{x - 1}} + 1 = 6 + 1 = 7$. Dấu “=” khi $x - 1 = \frac{9}{x - 1} \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 9 \Leftrightarrow x = 4$ (do $x > 1$). Vậy min $f = 7$ tại $x = 4$.

Bài 1.3. Ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy} = \frac{4}{xy}$. Vì $xy \leq \left(\frac{x + y}{2} \right)^2 = 4$ nên $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{4} = 1$. Dấu “=” khi $x = y = 2$. Vậy GTNN bằng 1.

Cụm 2.

Bài 2.1. Điều kiện $x \neq -3$. Chuyển vế: $\frac{2x - 1}{x + 3} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 1 - (x + 3)}{x + 3} < 0 \Leftrightarrow \frac{x - 4}{x + 3} < 0$. Thương < 0 khi $-3 < x < 4$. Vậy $S = (-3; 4)$.

Bài 2.2. $(x + 1)(x - 2)(x - 4) \leq 0$. Ba nghiệm $-1; 2; 4$, hệ số cao nhất dương. Bảng xét dấu về trái: âm trên $(-\infty; -1)$ và $(2; 4)$. Về trái ≤ 0 khi $x \leq -1$ hoặc $2 \leq x \leq 4$. Vậy $S = (-\infty; -1] \cup [2; 4]$.

Bài 2.3. $|2x + 1| > x + 2$. Trường hợp $x + 2 < 0$ (tức $x < -2$): về trái $\geq 0 >$ về phải, luôn đúng — nhận mọi $x < -2$. Trường hợp $x \geq -2$: $|2x + 1| > x + 2 \Leftrightarrow 2x + 1 > x + 2$ hoặc $2x + 1 < -(x + 2)$, tức $x > 1$ hoặc $x < -1$; kết hợp $x \geq -2$ được $-2 \leq x < -1$ hoặc $x > 1$. Hợp hai trường hợp: $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Cụm 3.

Bài 3.1. $-2x^2 + 5x - 2$ có nghiệm $x = \frac{1}{2}, x = 2$ (giải $2x^2 - 5x + 2 = 0$); $a = -2 < 0$.

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$		
$f(x)$		-	0	+	0	-

Vậy $f(x) > 0$ khi $\frac{1}{2} < x < 2$; $f(x) < 0$ khi $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$.

Bài 3.2. $2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$ có nghiệm $\frac{1}{2}; 3$, $a > 0$ nên > 0 ở ngoài hai nghiệm. Vậy $S = \left(-\infty; \frac{1}{2} \right) \cup (3; +\infty)$.

Bài 3.3. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1} \leq 0$, điều kiện $x \neq 1$. Tử có nghiệm 2; 3, mẫu có nghiệm 1.

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
VT		-		+	0	-	0	+

Về trái ≤ 0 khi $x < 1$ hoặc $2 \leq x \leq 3$. Vậy $S = (-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

Cụm 4.



4.1. $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} < 1 - x$ tương đương hệ

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq 0 \\ 1 - x > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 < (1 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \text{ hoặc } x \geq 1 \\ x < 1 \\ x^2 - x < 0 \end{cases}$$

(bước cuối: $2x^2 - 3x + 1 < x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$). Giao ba điều kiện: $0 < x \leq \frac{1}{2}$.

Vậy $S = \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

Bài 4.2. Đặt $t = |x| \geq 0$: $t^2 - 3t + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq |x| \leq 2$. Vậy $S = [-2; -1] \cup [1; 2]$.

Bài 4.3. $\sqrt{x+2} \geq x$, điều kiện $x \geq -2$. Nếu $-2 \leq x < 0$: vế phải âm, vế trái ≥ 0 — luôn đúng. Nếu $x \geq 0$: bình phương $x+2 \geq x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$; kết hợp $x \geq 0$ được $0 \leq x \leq 2$. Hợp lại: $S = [-2; 2]$.

Cụm 5.

Bài 5.1. $a = 1 > 0$ cố định; nghiệm đúng $\forall x \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$: $\Delta' = (m-1)^2 - (m+5) = m^2 - 3m - 4 = (m-4)(m+1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 4$. Vậy $m \in [-1; 4]$.

Bài 5.2. “Có nghiệm” $\Leftrightarrow$ phủ định của “ $x^2 - 2mx + 4 > 0 \forall x$ ” $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$ (vì $a = 1 > 0$): $m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$ hoặc $m \geq 2$.

Bài 5.3. Nếu $m = -1$ (hệ số bậc hai = 0): biểu thức là $-2(-2)x + 3(-1) - 3 = 4x - 6$, không ≥ 0 với mọi x — loại. Nếu $m \neq -1$: cần $m+1 > 0$ và $\Delta' \leq 0$ với $\Delta' = (m-1)^2 - (m+1)(3m-3) = (m-1)[(m-1) - 3(m+1)] = -2(m-1)(m+2)$. Ta có $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$ và $-2(m-1)(m+2) \leq 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+2) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$ hoặc $m \geq 1$. Kết hợp $m > -1$: $m \geq 1$. Vậy $m \in [1; +\infty)$.

Phần IV — Nâng cao / HSG

NC 1. Áp dụng bất đẳng thức dạng cộng mẫu (hệ quả Bu-nhi-a-cốp-xki) cho ba phân thức với các mẫu dương $b+c$, $c+a$, $a+b$:

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{(a+b+c)^2}{(b+c) + (c+a) + (a+b)} = \frac{(a+b+c)^2}{2(a+b+c)} = \frac{a+b+c}{2}.$$

Dấu “=” khi $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$, tức $a = b = c$.

NC 2. (Điểm rơi $x = 4$ nằm ngoài điểm rơi tự nhiên của Cô-si.) Điểm rơi tự nhiên của $x + \frac{9}{x}$ là $x = 3$ (khi $x = \frac{9}{x}$), nhưng miền là $x \geq 4$. Tách theo trọng số để dấu “=” rơi đúng $x = 4$: viết $x + \frac{9}{x} = \frac{9x}{16} + \frac{9}{x} + \frac{7x}{16}$. Theo Cô-si cho hai số dương $\frac{9x}{16}, \frac{9}{x}$:

$$\frac{9x}{16} + \frac{9}{x} \geq 2\sqrt{\frac{9x}{16} \cdot \frac{9}{x}} = 2 \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{2} \quad (\text{dấu “=” khi } x = 4),$$

và $\frac{7x}{16} \geq \frac{7 \cdot 4}{16} = \frac{7}{4}$ (do $x \geq 4$). Cộng lại: $f(x) \geq \frac{9}{2} + \frac{7}{4} = \frac{25}{4}$, dấu “=” khi $x = 4$. Vậy $\min f = \frac{25}{4}$ tại $x = 4$.

NC 3. Cần $(m-1)x^2 + 2(m+1)x + 2m-1 \geq 0 \forall x$. Nếu $m = 1$: biểu thức là $4x+1$, không ≥ 0 với mọi x — loại. Nếu $m \neq 1$: cần $m-1 > 0$ và $\Delta' \leq 0$ với $\Delta' = (m+1)^2 - (m-1)(2m-1) = m^2 + 2m + 1 - (2m^2 - 3m + 1) = -m^2 + 5m$. Ta có $m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ và $-m^2 + 5m \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$ hoặc $m \geq 5$. Kết hợp $m > 1$: $m \geq 5$. Vậy $m \in [5; +\infty)$.



4. (HSA) Đặt $t = 3x^2 + 5x$; điều kiện $3x^2 + 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow (3x + 2)(x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$ hoặc $x \geq -\frac{2}{3}$ (còn $3x^2 + 5x + 7 > 0$ với mọi x). Viết bất phương trình thành $\sqrt{t+7} > 1 + \sqrt{t+2}$ (hai vế dương), bình phương:

$$t + 7 > 1 + 2\sqrt{t+2} + (t+2) \Leftrightarrow 4 > 2\sqrt{t+2} \Leftrightarrow \sqrt{t+2} < 2 \Leftrightarrow t + 2 < 4,$$

tức $t < 2 \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 2 < 0 \Leftrightarrow (3x - 1)(x + 2) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{1}{3}$. Giao với điều kiện xác định:

$$S = (-2; -1] \cup \left[-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

NC 5. $x^2 - mx + 1 \geq 0 \forall x > 0 \Leftrightarrow mx \leq x^2 + 1 \forall x > 0 \Leftrightarrow m \leq x + \frac{1}{x} \forall x > 0$. Theo Cô-si, với $x > 0$ thì $x + \frac{1}{x} \geq 2$, dấu “=” tại $x = 1$ (thuộc miền $x > 0$), nên $\min_{x>0} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$. Vậy điều kiện là $m \leq 2$. (So sánh: nếu yêu cầu đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì cần $\Delta \leq 0$, tức $-2 \leq m \leq 2$; việc hạn chế $x > 0$ nói điều kiện thành $m \leq 2$.)



Kiểm tra số 1 — Đáp án

Phần I. Trắc nghiệm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	A	D	C	A	B	C	C	D	A	B	A

Giải nhanh vài câu: **3.** $x + \frac{4}{x} \geq 2\sqrt{4} = 4$ (dấu “=” tại $x = 2$). **7.** $\frac{x-1}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow x < -2$ hoặc $x \geq 1$ (loại $x = -2$ vì mẫu bằng 0). **9.** $-x^2 + 4x - 3 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$. **10.** $\Delta' = 1 - m < 0 \Leftrightarrow m > 1$. **11.** $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = 9$.

Phần II. Đúng/Sai.

Câu 1. a) **Đ**; b) **Đ**; c) **Đ**; d) **S** (dấu “=” của $x + \frac{1}{x} \geq 2$ tại $x = 1$, không phải $x = -1$; hơn nữa $x > 0$).

Câu 2. $2x^2 - 3x - 5 = (x+1)(2x-5)$, nghiệm $-1; \frac{5}{2}$, $a > 0$. a) **Đ**; b) **Đ** (trong khoảng hai nghiệm trái dấu a); c) **Đ**; d) **S** ($f(0) = -5$).

Câu 3. a) **Đ**; b) **S** (tập nghiệm là $[-1; 3)$, loại $x = 3$); c) **Đ** ($\frac{1}{-3} = -\frac{1}{3} \leq 0$); d) **S** ($x = 3$ làm mẫu bằng 0).

Phần III. Trả lời ngắn.

Câu 1. $a + b \geq 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{9} = \boxed{6}$ (dấu “=” khi $a = b = 3$).

Câu 2. $|2x - 1| \leq 5 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$; nghiệm nguyên $-2; -1; 0; 1; 2; 3$ — $\boxed{6}$ nghiệm.

Câu 3. $x^2 - 7x + 10 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 5$, tức $[a; b] = [2; 5]$; $b - a = \boxed{3}$.

Câu 4. $\Delta' = m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$; các số nguyên $-3; \dots; 3$ — $\boxed{7}$ giá trị.

Đề kiểm tra số 2 — Đáp án

Phần I. Trắc nghiệm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	A	C	D	C	B	A	C	D	A	C	B

Giải nhanh: **3.** $x + \frac{9}{x} \geq 2\sqrt{9} = 6$. **5.** $(2x-4)(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 2$. **8.** $3x^2 + x + 1$ có $\Delta = -11 < 0$, $a > 0$ nên dương với mọi x . **11.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{xy} \geq \frac{1}{1/4} = 4$. **12.** $x^2 - x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$; nghiệm $-1; 0; 1; 2$ — 4 nghiệm.

Phần II. Đúng/Sai.

Câu 1. a) **Đ** ($= 2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 4$); b) **S** (Cô-si cần số không âm; $\frac{-1-4}{2} = -2,5 < 2$); c) **Đ**; d) **Đ** ($ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = 25$).

Câu 2. $x^2 - 4x + 3$ nghiệm $1; 3$, $a > 0$. a) **Đ**; b) **Đ**; c) **Đ** ($4 - 8 + 3 = -1$); d) **S** (có hai nghiệm $1; 3$).

Câu 3. $x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow x(x-3) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$. a) **Đ**; b) **Đ**; c) **S** ($x = -1$ cho $1 + 3 = 4 > 0$); d) **Đ** (nguyên $0; 1; 2; 3$).

Phần III. Trả lời ngắn.

Câu 1. $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = \boxed{16}$ (khi $a = b = 4$).

Câu 2. $|x - 2| < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 5$; nghiệm $0; 1; 2; 3; 4$ — $\boxed{5}$ nghiệm.

Câu 3. $2x^2 - 5x + 2 = (2x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$, tức $(a; b) = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$; $2a + b = 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 = \boxed{3}$.



4. $\Delta' = m^2 - (m + 6) < 0 \Leftrightarrow (m - 3)(m + 2) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 3$; nguyên $-1; 0; 1; 2$ — **4** giá trị.

Đề kiểm tra số 3 — Đáp án

Phần I. Trắc nghiệm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	C	A	D	A	B	A	C	A	D	B	A

Giải nhanh: 1. Đúng phải là $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, nên phương án D (dấu $\leq$) sai. 2. $x + \frac{1}{x-1} = (x-1) + \frac{1}{x-1} + 1 \geq 2 + 1 = 3$ (dấu “=” tại $x = 2$). 5. $m = 1$ cho $-2x + 4$ (loại); $m \neq 1$ cần $m > 1$ và $\Delta' = -2m + 3 < 0$, tức $m > \frac{3}{2}$. 6. $\sqrt{x+2} < x \Leftrightarrow \{x \geq -2; x > 0; x+2 < x^2\} \Leftrightarrow x > 2$. 8. $\{-2 < x < 2\} \cap \{x < -1 \text{ hoặc } x > 2\} = (-2; -1)$. 10. $\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)(x+2y) \geq (1+2)^2 = 9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq 3$ (dấu “=” tại $x = y = 1$). 12. Cần $\Delta' = m^2 - m - 2 > 0$, $S = 2m > 0$, $P = m + 2 > 0$, tức $m > 2$.

Phần II. Đúng/Sai.

Câu 1. a) **Đ**; b) **Đ** ($\text{Cô-si} \times \text{Cô-si} \geq 9$); c) **Đ** ($a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3$); d) **S** (bất đẳng thức ngược chiều).

Câu 2. a) **Đ**; b) **Đ** ($m \neq 1$: cần $m > 1$, $\Delta' = -2m + 3 < 0 \Rightarrow m > \frac{3}{2}$); c) **Đ** ($\Delta = 16 - 20 < 0$); d) **S** (điều kiện là $m > \frac{3}{2} > 1$).

Câu 3. $\sqrt{x-1} \geq x-3$, điều kiện $x \geq 1$. a) **Đ**; b) **Đ** (vế phải < 0); c) **Đ** ($x-1 \geq (x-3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 \leq 0$); d) **S** (tập nghiệm là $[1; 5]$: với $x \geq 3$ được $3 \leq x \leq 5$, hợp với $[1; 3)$).

Phần III. Trả lời ngắn.

Câu 1. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{2}{ab}$; $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = 1$ nên $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{1} = 2$ (khi $a = b = 1$).

Câu 2. Đặt $t = |x|$: $t^2 - t - 6 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 3 \Leftrightarrow |x| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$; nguyên $-3; \dots; 3$ — **7** nghiệm.

Câu 3. $\frac{x^2 - 4}{x - 1} \geq 0$ (mốc $-2; 1; 2$): tập nghiệm $[-2; 1) \cup [2; +\infty)$; số nguyên âm thuộc tập là $-2; -1$ — **2** số.

Câu 4. $x^2 - mx + 1 \geq 0 \forall x > 0 \Leftrightarrow m \leq x + \frac{1}{x} \forall x > 0 \Leftrightarrow m \leq 2$; giá trị nguyên lớn nhất là **2**.