



B. CÁC DẠNG THƯỜNG GẶP

■ DẠNG 1. Xét dấu tam thức bậc hai

Phương pháp. Tìm nghiệm của tam thức (giải $ax^2 + bx + c = 0$) và xác định dấu hệ số a . Lập bảng xét dấu theo định lí: $\Delta < 0$ thì cùng dấu a khắp nơi; $\Delta = 0$ thì cùng dấu a trừ nghiệm kép; $\Delta > 0$ thì “trong trái, ngoài cùng”.

Luyện tập 1.1. Lập bảng xét dấu $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$.

Luyện tập 1.2. Lập bảng xét dấu $f(x) = -x^2 + 4x - 4$.

Luyện tập 1.3. Lập bảng xét dấu $f(x) = (2x - 1)(-x + 3)$.

■ DẠNG 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn

Phương pháp. Chuyển bất phương trình về dạng so sánh tam thức với 0, xét dấu tam thức rồi chọn khoảng thỏa. Lưu ý ba trường hợp đặc biệt: $\Delta < 0$ (tam thức giữ nguyên dấu $a \Rightarrow$ tập nghiệm là $\mathbb{R}$ hoặc $\emptyset$); $\Delta = 0$ (nghiệm kép). Kết luận rõ tập nghiệm bằng khoảng/đoạn.

Luyện tập 2.1. Giải $x^2 - 5x + 6 \leq 0$.

Luyện tập 2.2. Giải $-2x^2 + 3x + 5 > 0$.

Luyện tập 2.3. Giải $3x^2 + x + 1 < 0$.

■ DẠNG 3. Giải bất phương trình quy về bậc hai (căn / giá trị tuyệt đối)

Phương pháp. Với giá trị tuyệt đối: dùng $|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$, $|A| > B \Leftrightarrow A < -B \vee A > B$, hoặc phá dấu theo khoảng. Với căn thức: đặt điều kiện xác định, xét dấu về còn lại rồi mới bình phương; nếu về đối chiếu có thể âm phải chia trường hợp. Đối chiếu điều kiện, kết luận tập nghiệm.

Luyện tập 3.1. Giải $2x^2 - |5x - 3| < 0$.

Luyện tập 3.2. Giải $\sqrt{x^2 + x - 12} < 8 - x$.

Luyện tập 3.3. Giải $\sqrt{x^2 - 3x - 10} > x - 2$.

■ DẠNG 4. Tìm tham số để bất phương trình nghiệm đúng (hoặc vô nghiệm)

Phương pháp. Đưa về dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$ giữ nguyên một dấu với mọi x . **Xét riêng** $a = 0$ (nếu hệ số bậc hai chứa tham số); với $a \neq 0$ dùng bảng điều kiện $\{a > 0, \Delta < 0\} \dots$ (mục A.4). Nhớ chuyển “vô nghiệm” của một bất phương trình sang “bất phương trình ngược lại đúng với mọi x ”.

Luyện tập 4.1. Tìm m để $3x^2 + 2(m - 1)x + m + 4 > 0$ nghiệm đúng với mọi x .

Luyện tập 4.2. Tìm m để $x^2 + (m + 1)x + 2m + 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi x .

Luyện tập 4.3. Tìm m để $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 < 0$ vô nghiệm.

■ DẠNG 5. Bài toán thực tế về bất phương trình bậc hai



hướng pháp. Đặt ẩn cho đại lượng cần tìm, lập bất phương trình bậc hai theo mô hình (độ cao, diện tích, lợi nhuận...), giải rồi *đối chiếu điều kiện thực tế* (thời gian ≥ 0 , độ dài > 0 ...) và trả lời theo ngữ cảnh.

Luyện tập 5.1. Một quả bóng ném thẳng đứng lên cao, độ cao (mét) sau t giây là $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$. Trong khoảng thời gian nào quả bóng ở độ cao *không thấp hơn* 16 mét?

Luyện tập 5.2. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80 m. Gọi x (m) là chiều dài. Tìm điều kiện của x để diện tích mảnh đất *không nhỏ hơn* 375 m^2 .

Luyện tập 5.3. Lợi nhuận (nghìn đồng) khi bán x sản phẩm của một cửa hàng là $P(x) = -x^2 + 120x - 2000$. Hỏi cửa hàng phải bán số sản phẩm x trong khoảng nào để *có lãi* (tức $P(x) > 0$)?