



II. KHỞI ĐỘNG — BÀI 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Toán 10 — Chương II. Bất đẳng thức và bất phương trình

Họ và tên: Lớp:

★ 0. KHỞI ĐỘNG — KIỂM TRA KIẾN THỨC NỀN (5–7 phút)

Câu 1. Giải bất phương trình $2x - 6 > 0$ và *biểu diễn* tập nghiệm trên trục số.

Câu 2. Giải bất phương trình $-3x + 9 \leq 0$. (Chú ý: khi chia hai vế cho số âm phải **đổi chiều**.)

Câu 3. Lập bảng xét dấu của nhị thức $f(x) = 2x - 3$: với giá trị nào của x thì $f(x) > 0$, với giá trị nào thì $f(x) < 0$?

Câu 4. Điền vào chỗ trống (với $a > 0$):

$$|x| < a \Leftrightarrow \dots\dots\dots; \quad |x| > a \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

Câu 5. Giải bất phương trình $\frac{x}{2} - 1 \geq \frac{x-1}{3}$ (quy đồng, khử mẫu số).



BÀI 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Bài giảng Toán 10 — Chương II. Bất đẳng thức và bất phương trình

★ A. LÝ THUYẾT

1. Bất phương trình bậc nhất một ẩn và hai quy tắc biến đổi

1. Khái niệm và quy tắc biến đổi

Bất phương trình bậc nhất một ẩn x là bất phương trình có một trong các dạng

$$ax + b > 0, \quad ax + b \geq 0, \quad ax + b < 0, \quad ax + b \leq 0 \quad (a \neq 0).$$

Hai quy tắc biến đổi tương đương:

(1) *Chuyển vế*: chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và **đổi dấu** hạng tử đó.

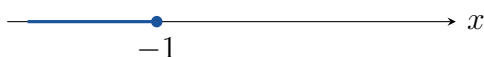
(2) *Nhân (chia) hai vế với một số $k \neq 0$* : nếu $k > 0$ thì **giữ nguyên chiều**; nếu $k < 0$ thì **đổi chiều** bất phương trình.

Nghiệm của $ax + b > 0$ (với $a \neq 0$): nếu $a > 0$ thì $x > -\frac{b}{a}$; nếu $a < 0$ thì $x < -\frac{b}{a}$. Tập nghiệm luôn là một *khoảng* hoặc *nửa khoảng* của $\mathbb{R}$.

Đưa về dạng bậc nhất. Nếu bất phương trình chưa ở dạng chuẩn, ta *khai triển, quy đồng khử mẫu* (mẫu là số dương thì giữ chiều), chuyển vế thu gọn. Đặc biệt, sau khi thu gọn nếu **hệ số của x bằng 0**, bất phương trình trở thành một khẳng định số học — hoặc *luôn đúng* (nghiệm là mọi x , $S = \mathbb{R}$), hoặc *vô lí* (vô nghiệm, $S = \emptyset$).

Ví dụ 1. Giải các bất phương trình sau (câu b) minh họa trường hợp hệ số của x bị triệt tiêu): $a) \frac{1-2x}{3} \geq x+2$; $b) 2x + \frac{2x+1}{2} > 3x - \frac{1}{5}$.

Lời giải. $a)$ Nhân hai vế với $3 > 0$ (giữ chiều): $1-2x \geq 3x+6$. Chuyển vế: $-5 \geq 5x$, suy ra $x \leq -1$. Vậy $S = (-\infty; -1]$.



$b)$ Nhân hai vế với $10 > 0$: $20x + 5(2x+1) > 30x - 2 \Leftrightarrow 30x + 5 > 30x - 2 \Leftrightarrow 5 > -2$. Đây là khẳng định *luôn đúng*, không phụ thuộc x . Vậy $S = \mathbb{R}$.

2. Dấu của nhị thức bậc nhất — Bất phương trình tích, bất phương trình chứa ẩn ở mẫu

2. Bảng xét dấu nhị thức bậc nhất

Nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) có nghiệm $x_0 = -\frac{b}{a}$ và:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax + b$		trái dấu a	cùng dấu a
		0	

(“*Phải cùng, trái trái*”: bên phải nghiệm $f(x)$ cùng dấu a , bên trái trái dấu a .)

Bất phương trình tích / chứa ẩn ở mẫu: chuyển hết về một vế để so sánh với 0, phân tích thành tích/thương các nhị thức bậc nhất, rồi **lập bảng xét dấu** và đọc nghiệm theo chiều bất phương trình. Với bất phương trình chứa ẩn ở mẫu, *giá trị làm mẫu bằng 0 bị loại*.



lụ 2. Giải bất phương trình $\frac{x+2}{x-1} \leq 0$.

Lời giải. Điều kiện xác định: $x \neq 1$. Nhị thức $x+2$ có nghiệm $x = -2$; $x-1$ có nghiệm $x = 1$. Bảng xét dấu về trái:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$
$x-1$		$-$	$-$	0
$\frac{x+2}{x-1}$		$+$	0	$+$

Về trái ≤ 0 khi $-2 \leq x < 1$ (nhận $x = -2$ vì tại đó bằng 0; loại $x = 1$ vì mẫu bằng 0). Vậy $S = [-2; 1)$.

3. Bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

3. Khử dấu giá trị tuyệt đối

Với $B > 0$:

$$|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B; \quad |A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A > B \\ A < -B \end{cases}.$$

Khi về phải chứa ẩn (dạng $|A| \leq B(x)$, $|A| \geq B(x)$) thì:

$$|A| \leq B \Leftrightarrow -B \leq A \leq B \text{ (kèm } B \geq 0); \quad |A| \geq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq B \\ A \leq -B \end{cases}.$$

Ngoài ra có thể khử dấu bằng *định nghĩa* $|A| = A$ nếu $A \geq 0$, $|A| = -A$ nếu $A < 0$ (xét khoảng), hoặc *bình phương hai vế* khi cả hai vế không âm.

Ví dụ 3. Giải bất phương trình $|2x-3| \leq 5$.

Lời giải. $|2x-3| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 2x-3 \leq 5 \Leftrightarrow -2 \leq 2x \leq 8 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$. Vậy $S = [-1; 4]$.

4. Bất phương trình bậc nhất chứa tham số

4. Giải và biện luận theo tham số

Đưa bất phương trình về dạng $Ax > B$ (hoặc $\geq, <, \leq$), trong đó A, B phụ thuộc tham số, rồi **xét riêng** theo dấu hệ số A :

- $A > 0$: $x > \frac{B}{A}$ (giữ chiều);
- $A < 0$: $x < \frac{B}{A}$ (đổi chiều);
- $A = 0$: bất phương trình thành $0 > B$ (hoặc $0 \geq B \dots$) — không chứa ẩn, kết luận vô nghiệm hay nghiệm đúng với mọi x tùy theo B .

Với bất phương trình tích/thương chứa tham số: so sánh vị trí các nghiệm của từng nhị thức rồi lập bảng xét dấu cho mỗi trường hợp.

Ví dụ 4. Giải và biện luận bất phương trình $mx+2 > x-1$ theo tham số m .

Lời giải. Chuyển vế: $mx-x > -1-2$, tức $(m-1)x > -3$.

- Nếu $m-1 > 0$ (tức $m > 1$): $x > \frac{-3}{m-1}$, nên $S = \left(\frac{-3}{m-1}; +\infty\right)$.
- Nếu $m-1 < 0$ (tức $m < 1$): $x < \frac{-3}{m-1}$, nên $S = \left(-\infty; \frac{-3}{m-1}\right)$.
- Nếu $m = 1$: bất phương trình thành $0 > -3$ (luôn đúng), nên $S = \mathbb{R}$.



Chú ý. Bốn điểm dễ sai:

- (i) **Nhân/chia hai vế cho biểu thức chứa ẩn:** phải xét *dấu* của biểu thức, nếu âm thì *đổi chiều*. Với bất phương trình *chứa ẩn ở mẫu không được khử mẫu tùy tiện* — hãy chuyển hết về một vế, quy đồng rồi *lập bảng xét dấu*.
- (ii) **Đầu mút đóng/mở:** nghiệm làm *mẫu bằng 0 bị loại*; phân biệt $>$ với $\geq$ khi đọc nghiệm từ bảng xét dấu (dấu “=” có lấy hay không).
- (iii) **Giá trị tuyệt đối:** $|A| > B$ khi $B < 0$ thì *luôn đúng* (mọi x xác định); $|A| < B$ khi $B \leq 0$ thì *vô nghiệm*. Khi vế phải chứa ẩn (như $|2x - 5| \leq x + 1$) phải kèm điều kiện vế phải ≥ 0 .
- (iv) **Biện luận tham số:** nhớ xét *riêng* trường hợp hệ số đứng trước x bằng 0 (khi đó bất phương trình không còn là bậc nhất).



B. CÁC DẠNG THƯỜNG GẶP

■ DẠNG 1. Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn (tích, thương) — trọng tâm

Phương pháp. Nếu bất phương trình *chưa* ở dạng tích/thương (còn lũy thừa, tích khai triển được), trước hết *khai triển* — *rút gọn* để triệt tiêu hạng tử bậc cao, đưa về bậc nhất (chú ý trường hợp suy biến $S = \mathbb{R}$ hoặc $S = \emptyset$). Với bất phương trình *tích/thương*: chuyển hết về *một vế* (so với 0), phân tích thành tích/thương các nhị thức bậc nhất, tìm nghiệm từng nhị thức, **lập bảng xét dấu**, đọc nghiệm theo chiều bất phương trình. Với thương: nêu *điều kiện xác định* (mẫu $\neq 0$) và loại các giá trị làm mẫu bằng 0.

Luyện tập 1.1. Giải bất phương trình $(x + 1)(x - 1)(3x - 6) > 0$.

Luyện tập 1.2. Giải bất phương trình $(2x - 7)(4 - 5x) \geq 0$.

Luyện tập 1.3. Giải bất phương trình $\frac{3x - 4}{x - 2} > 1$.

■ DẠNG 2. Giải và biện luận bất phương trình chứa tham số

Phương pháp. Đưa về dạng $Ax > B$ rồi xét riêng $A > 0$, $A < 0$, $A = 0$; hoặc với tích/thương thì so sánh vị trí nghiệm của các nhị thức theo tham số rồi lập bảng xét dấu cho từng trường hợp. Với biểu thức chứa căn, nêu *điều kiện xác định* trước.

Luyện tập 2.1. Giải và biện luận $\frac{2x + m - 1}{x + 1} > 0$ theo tham số m .

Luyện tập 2.2. Giải và biện luận $\frac{mx - m + 1}{x - 1} < 0$ theo tham số m .

Luyện tập 2.3. Giải và biện luận $\sqrt{x - 1}(x - m + 2) > 0$ theo tham số m .

■ DẠNG 3. Bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối — trọng tâm

Phương pháp. Dùng phép khử dấu giá trị tuyệt đối ($|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$; $|A| > B \Leftrightarrow A > B$ hoặc $A < -B$, với $B > 0$). Khi vế phải chứa ẩn, kèm điều kiện vế phải ≥ 0 (hoặc bình phương hai vế khi hai vế không âm).

Luyện tập 3.1. Giải bất phương trình $|3x - 2| > 7$.

Luyện tập 3.2. Giải bất phương trình $|x - 1| > \frac{x + 1}{2}$.

Luyện tập 3.3. Giải bất phương trình $|2x - 5| \leq x + 1$.

■ DẠNG 4. Bài toán thực tế về bất phương trình bậc nhất

Phương pháp. Đặt *ẩn* cho đại lượng cần tìm (kèm điều kiện thực tế: số lượng, quãng đường, thời gian ≥ 0), lập bất phương trình mô tả ràng buộc (*chi phí* $\leq$ ngân sách; *trung bình* $\geq$ ngưỡng ...), giải rồi *đối chiếu điều kiện* và kết luận.

Luyện tập 4.1. Một hãng taxi tính giá: mở cửa 11 000 đồng và 14 000 đồng mỗi ki-lô-mét. Một người chỉ có 200 000 đồng. Hỏi người đó đi được tối đa bao nhiêu ki-lô-mét?



ện tập 4.2. Một học sinh đã có ba bài kiểm tra với điểm 7; 8; 6. Hỏi bài kiểm tra thứ tư phải đạt ít nhất bao nhiêu điểm để điểm trung bình của cả bốn bài không dưới 7,5?

Luyện tập 4.3. Một cửa hàng cho thuê xe máy tính phí cố định 50 000 đồng và 8 000 đồng mỗi giờ. Bạn An có 130 000 đồng. Hỏi bạn An thuê được tối đa bao nhiêu giờ?



★ C. PHIẾU BÀI TẬP

Bài 1. Giải bất phương trình $3(x - 1) - 2 < 5x + 4$.

Bài 2. Giải bất phương trình $\frac{2x - 5}{2 - x} \geq -1$.

Bài 3. Giải bất phương trình $x(x - 2)(x + 3) \leq 0$.

Bài 4. Giải bất phương trình $\frac{x - 3}{x + 2} \geq 0$.

Bài 5. Giải bất phương trình $|5x - 12| < 3$.

Bài 6. Giải bất phương trình $|3 - 2x| \leq x$.

Bài 7. Tìm tất cả các số nguyên x thoả mãn $|2x - 1| \leq 5$.

Bài 8. Mỗi tháng bác Nam trả 500 000 đồng tiền thuê gian hàng và lãi 15 000 đồng trên mỗi sản phẩm bán được. Hỏi mỗi tháng bác phải bán ít nhất bao nhiêu sản phẩm để *lãi ròng* (sau khi trừ tiền thuê) không dưới 1 000 000 đồng?

Bài 9. Giải bất phương trình $\frac{2x + 1}{x - 3} < 2$.

Bài 10. (Bẫy) Một bạn giải bất phương trình $\frac{x + 1}{x - 2} \geq 3$ như sau: “Nhân hai vế với $x - 2$ được $x + 1 \geq 3(x - 2) \Leftrightarrow x + 1 \geq 3x - 6 \Leftrightarrow 7 \geq 2x \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{2}$; vậy $S = \left(-\infty; \frac{7}{2}\right]$.” Lời giải này *đúng* hay *sai*? Hãy giải lại cho đúng.



★ D. KIỂM TRA CƠ BẢN (15 phút)

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2x - 6 > 0$ là

- A) $(3; +\infty)$.
- B) $[3; +\infty)$.
- C) $(-\infty; 3)$.
- D) $(-\infty; 3]$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $|x - 2| < 3$ là

- A) $[-1; 5]$.
- B) $(-1; 5)$.
- C) $(-\infty; 5)$.
- D) $(-1; +\infty)$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x - 1}{x + 2} \leq 0$ là

- A) $[-2; 1]$.
- B) $(-2; 1)$.
- C) $(-2; 1]$.
- D) $[-2; 1)$.

Câu 4. Số nghiệm *nguyên* của bất phương trình $|2x - 3| \leq 4$ là

- A) 3.
- B) 5.
- C) 6.
- D) 4.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $(x - 1)(x + 2) > 0$ là

- A) $(-2; 1)$.
- B) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.
- C) $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
- D) $(1; +\infty)$.

Câu 6. Bất phương trình $|x| < m$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A) $m < 0$.
- B) $m \leq 0$.
- C) $m > 0$.
- D) $m \geq 0$.

Câu 7. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $3x - 4 > x + 1$ là

- A) 2.
- B) 4.
- C) 5.
- D) 3.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $2x + 5 > 2(x - 1)$ là

- A) $\emptyset$.
- B) $\mathbb{R}$.
- C) $(-\infty; -3)$.



$$\left(-\frac{7}{2}; +\infty\right).$$

Câu 9. Xét tính đúng, sai của mỗi khẳng định (ghi Đ/S):

- a) Bất phương trình $|x| > -1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.
- b) $x = 2$ là một nghiệm của bất phương trình $\frac{x+1}{x-2} > 0$.
- c) Bất phương trình $|2x - 1| < -3$ vô nghiệm.
- d) Tập nghiệm của bất phương trình $-3x + 6 \geq 0$ là $(-\infty; 2]$.

Câu 10. (Trả lời ngắn) Bạn Bình có 150 000 đồng, muốn mua một cây bút giá 20 000 đồng và một số quyển vở giá 8 000 đồng mỗi quyển. Hỏi bạn Bình mua được tối đa bao nhiêu quyển vở?



E. NÂNG CAO

Nâng cao 1. Giải bất phương trình $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} \geq 0$.

Nâng cao 2. Giải và biện luận bất phương trình $\frac{x-m}{x-2} \leq 0$ theo tham số m .

Nâng cao 3. Giải bất phương trình $|x-1| + |x-3| \leq 4$.

Nâng cao 4. Giải bất phương trình $\sqrt{x+3} \leq x+1$.

Nâng cao 5. (Biến đổi đặc biệt) Giải bất phương trình

$$\frac{x+1987}{2002} + \frac{x+1988}{2003} > \frac{x+1989}{2004} + \frac{x+1990}{2005}.$$



F. LỜI GIẢI

Khởi động

Câu 1. $2x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 3$; $S = (3; +\infty)$. **Câu 2.** $-3x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3x \leq -9 \Leftrightarrow x \geq 3$ (chia -3 , đổi chiều); $S = [3; +\infty)$. **Câu 3.** $2x - 3 = 0$ tại $x = \frac{3}{2}$; $f(x) > 0$ khi $x > \frac{3}{2}$, $f(x) < 0$ khi $x < \frac{3}{2}$. **Câu 4.** $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$; $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ hoặc $x < -a$. **Câu 5.** Nhân 6 hai vế: $3x - 6 \geq 2(x - 1) \Leftrightarrow 3x - 6 \geq 2x - 2 \Leftrightarrow x \geq 4$; $S = [4; +\infty)$.

Luyện tập (phần B)

LT 1.1. $(x + 1)(x - 1)(3x - 6) > 0$. Ba nhị thức có nghiệm -1 , 1 , 2 (vì $3x - 6 = 3(x - 2)$). Bảng xét dấu về trái:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$x + 1$		$-$	0	$+$	$+$
$x - 1$		$-$	$-$	0	$+$
$3x - 6$		$-$	$-$	$-$	0
VT		$-$	0	$+$	0

Vế trái > 0 khi $-1 < x < 1$ hoặc $x > 2$. Vậy $S = (-1; 1) \cup (2; +\infty)$.

LT 1.2. $(2x - 7)(4 - 5x) \geq 0$. Hai nhị thức có nghiệm $\frac{7}{2}$ và $\frac{4}{5}$; hệ số cao nhất của tích là $2 \cdot (-5) = -10 < 0$ nên vế trái ≥ 0 ở giữa hai nghiệm:

$$\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{7}{2}.$$

Vậy $S = \left[\frac{4}{5}; \frac{7}{2}\right]$.

LT 1.3. Điều kiện $x \neq 2$. Chuyển vế:

$$\frac{3x - 4}{x - 2} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{3x - 4 - (x - 2)}{x - 2} > 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 2}{x - 2} > 0.$$

Nghiệm các nhị thức: $x = 1$ (tử), $x = 2$ (mẫu). Thương > 0 khi $x < 1$ hoặc $x > 2$. Vậy $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

LT 2.1. Điều kiện $x \neq -1$. Tử $2x + m - 1$ có nghiệm $x = \frac{1 - m}{2}$; mẫu có nghiệm $x = -1$. So sánh: $\frac{1 - m}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 3$.

- $m < 3$: khi đó $\frac{1 - m}{2} > -1$, thương > 0 khi $x < -1$ hoặc $x > \frac{1 - m}{2}$; $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1 - m}{2}; +\infty\right)$.
- $m > 3$: khi đó $\frac{1 - m}{2} < -1$; $S = \left(-\infty; \frac{1 - m}{2}\right) \cup (-1; +\infty)$.
- $m = 3$: $\frac{2x + 2}{x + 1} = 2 > 0$ với mọi $x \neq -1$; $S = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

LT 2.2. Điều kiện $x \neq 1$. Viết tử $mx - m + 1 = m(x - 1) + 1$, nên $\frac{mx - m + 1}{x - 1} = m + \frac{1}{x - 1}$.

- $m = 0$: bất phương trình thành $\frac{1}{x - 1} < 0 \Leftrightarrow x < 1$; $S = (-\infty; 1)$.
- $m \neq 0$: tử có nghiệm $x_0 = \frac{m - 1}{m} = 1 - \frac{1}{m}$; mẫu có nghiệm 1 .



- $m > 0$: $x_0 = 1 - \frac{1}{m} < 1$; thương âm ở giữa hai nghiệm nên $S = \left(1 - \frac{1}{m}; 1\right)$.
- $m < 0$: $x_0 = 1 - \frac{1}{m} > 1$; khi đó $S = (-\infty; 1) \cup \left(1 - \frac{1}{m}; +\infty\right)$.

LT 2.3. Điều kiện $x \geq 1$. Tại $x = 1$ thì $\sqrt{x-1} = 0$, tích bằng 0 (không thỏa > 0). Với $x > 1$ thì $\sqrt{x-1} > 0$, nên bất phương trình $\Leftrightarrow x - m + 2 > 0 \Leftrightarrow x > m - 2$. Kết hợp $x > 1$:

- $m - 2 \leq 1$ (tức $m \leq 3$): $S = (1; +\infty)$.
- $m - 2 > 1$ (tức $m > 3$): $S = (m - 2; +\infty)$.

LT 3.1. $|3x - 2| > 7 \Leftrightarrow 3x - 2 > 7$ hoặc $3x - 2 < -7 \Leftrightarrow x > 3$ hoặc $x < -\frac{5}{3}$. Vậy $S = \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup (3; +\infty)$.

LT 3.2. $|x - 1| > \frac{x+1}{2}$. Trường hợp $\frac{x+1}{2} < 0$ (tức $x < -1$): vế trái $\geq 0 >$ vế phải, luôn đúng — nhận mọi $x < -1$. Trường hợp $x \geq -1$: hai vế không âm, bình phương:

$$(x-1)^2 > \frac{(x+1)^2}{4} \Leftrightarrow 4(x-1)^2 > (x+1)^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 3 > 0.$$

Tam thức $3x^2 - 10x + 3$ có nghiệm $\frac{1}{3}$ và 3, nên > 0 khi $x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 3$; kết hợp $x \geq -1$ được $-1 \leq x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 3$. Hợp hai trường hợp: $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$.

LT 3.3. $|2x - 5| \leq x + 1$. Cần vế phải ≥ 0 : $x \geq -1$. Khi đó

$$-(x+1) \leq 2x - 5 \leq x + 1.$$

Vế trái: $2x - 5 \geq -(x+1) \Leftrightarrow 3x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$. Vế phải: $2x - 5 \leq x + 1 \Leftrightarrow x \leq 6$. Giao với $x \geq -1$ (tự thỏa): $\frac{4}{3} \leq x \leq 6$. Vậy $S = \left[\frac{4}{3}; 6\right]$.

LT 4.1. Gọi x (km) là quãng đường, $x \geq 0$. Chi phí $11\,000 + 14\,000x \leq 200\,000 \Leftrightarrow 14\,000x \leq 189\,000 \Leftrightarrow x \leq 13,5$. Vậy đi được **tối đa 13,5 km**.

LT 4.2. Gọi x là điểm bài thứ tư ($0 \leq x \leq 10$). Điều kiện $\frac{7+8+6+x}{4} \geq 7,5 \Leftrightarrow 21+x \geq 30 \Leftrightarrow x \geq 9$. Vậy bài thứ tư phải đạt **ít nhất 9 điểm**.

LT 4.3. Gọi t (giờ) là thời gian thuê, $t \geq 0$. Điều kiện $50\,000 + 8\,000t \leq 130\,000 \Leftrightarrow 8\,000t \leq 80\,000 \Leftrightarrow t \leq 10$. Vậy thuê được **tối đa 10 giờ**.

Phiếu bài tập (phần C)

Bài 1. $3(x-1) - 2 < 5x + 4 \Leftrightarrow 3x - 5 < 5x + 4 \Leftrightarrow -9 < 2x \Leftrightarrow x > -\frac{9}{2}$. Vậy $S = \left(-\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Bài 2. Điều kiện $x \neq 2$. Chuyển vế:

$$\frac{2x-5}{2-x} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x-5+(2-x)}{2-x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-3}{2-x} \geq 0.$$

Nghiệm: $x = 3$ (tử), $x = 2$ (mẫu). Thương ≥ 0 khi $2 < x \leq 3$ (nhận $x = 3$, loại $x = 2$). Vậy $S = (2; 3]$.

Bài 3. $x(x-2)(x+3) \leq 0$. Ba nghiệm $-3, 0, 2$; hệ số cao nhất dương. Bảng xét dấu cho vế trái ≤ 0 khi $x \leq -3$ hoặc $0 \leq x \leq 2$. Vậy $S = (-\infty; -3] \cup [0; 2]$.

Bài 4. Điều kiện $x \neq -2$. Nghiệm: $x = 3$ (tử), $x = -2$ (mẫu). Thương ≥ 0 khi $x < -2$ hoặc $x \geq 3$. Vậy $S = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.



5. $|5x - 12| < 3 \Leftrightarrow -3 < 5x - 12 < 3 \Leftrightarrow 9 < 5x < 15 \Leftrightarrow \frac{9}{5} < x < 3$. Vậy $S = \left(\frac{9}{5}; 3\right)$.

Bài 6. $|3 - 2x| \leq x$. Cần $x \geq 0$. Khi đó $-x \leq 3 - 2x \leq x$. Vế trái: $3 - 2x \geq -x \Leftrightarrow x \leq 3$. Vế phải: $3 - 2x \leq x \Leftrightarrow 3 \leq 3x \Leftrightarrow x \geq 1$. Giao với $x \geq 0$: $1 \leq x \leq 3$. Vậy $S = [1; 3]$.

Bài 7. $|2x - 1| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 2x - 1 \leq 5 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$. Các số nguyên: $-2; -1; 0; 1; 2; 3$ — **có 6 số**.

Bài 8. Gọi n là số sản phẩm bán được ($n \in \mathbb{N}$). Lãi ròng $15\,000n - 500\,000 \geq 1\,000\,000 \Leftrightarrow 15\,000n \geq 1\,500\,000 \Leftrightarrow n \geq 100$. Vậy phải bán **ít nhất 100 sản phẩm**.

Bài 9. Điều kiện $x \neq 3$. Chuyển vế:

$$\frac{2x+1}{x-3} - 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1-2(x-3)}{x-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{7}{x-3} < 0.$$

Vì tử $7 > 0$ nên thương $< 0 \Leftrightarrow x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < 3$. Vậy $S = (-\infty; 3)$.

Bài 10. Sai. Bạn đó nhân hai vế với $x - 2$ mà chưa xét dấu $x - 2$: nếu $x - 2 < 0$ thì phải đổi chiều. Giải đúng: điều kiện $x \neq 2$, chuyển vế

$$\frac{x+1}{x-2} - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+1-3(x-2)}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{7-2x}{x-2} \geq 0.$$

Nghiệm: $x = \frac{7}{2}$ (tử), $x = 2$ (mẫu). Thương ≥ 0 khi $2 < x \leq \frac{7}{2}$. Vậy $S = \left(2; \frac{7}{2}\right]$ (khác hẳn kết quả sai $\left(-\infty; \frac{7}{2}\right]$: đã thừa khoảng $x < 2$ và giá trị $x = 2$ không xác định).

Kiểm tra cơ bản (phần D)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	A	B	C	D	C	B	D	B

Câu 1. Chọn A. $2x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 3$, tức $S = (3; +\infty)$.

Câu 2. Chọn B. $|x - 2| < 3 \Leftrightarrow -3 < x - 2 < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 5$.

Câu 3. Chọn C. Nghiệm 1 (tử), -2 (mẫu); thương ≤ 0 khi $-2 < x \leq 1$ (loại $x = -2$ vì mẫu bằng 0).

Câu 4. Chọn D. $|2x - 3| \leq 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$; số nguyên $0; 1; 2; 3$ — có 4 số.

Câu 5. Chọn C. Tích hai nhị thức cùng dương $\Leftrightarrow x < -2$ hoặc $x > 1$.

Câu 6. Chọn B. $|x| < m$ có nghiệm khi $m > 0$; vậy vô nghiệm khi $m \leq 0$ (kể cả $m = 0$ vì $|x| < 0$ vô nghiệm).

Câu 7. Chọn D. $3x - 4 > x + 1 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}$; nghiệm nguyên nhỏ nhất là 3.

Câu 8. Chọn B. $2x + 5 > 2(x - 1) \Leftrightarrow 2x + 5 > 2x - 2 \Leftrightarrow 5 > -2$ (luôn đúng, hệ số của x triệt tiêu). Vậy $S = \mathbb{R}$.

Câu 9. a) Đ ($|x| \geq 0 > -1$ với mọi x). b) S ($x = 2$ làm mẫu bằng 0, biểu thức không xác định). c) Đ ($|2x - 1| \geq 0 > -3$ nên $|2x - 1| < -3$ vô nghiệm). d) Đ ($-3x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$).

Câu 10. Gọi n là số quyển vở ($n \in \mathbb{N}$). Điều kiện $20\,000 + 8\,000n \leq 150\,000 \Leftrightarrow 8\,000n \leq 130\,000 \Leftrightarrow n \leq 16,25$. Vậy mua được tối đa 16 quyển vở. **Đáp số:** 16.



ig cao (phần E)

NC 1. $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} \geq 0$, điều kiện $x \neq 3$. Ba nghiệm $-2, 1, 3$. Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	$+$
$x-1$		$-$	$-$	0	$+$
$x-3$		$-$	$-$	$-$	0
VT		$-$	0	$+$	0

Vế trái ≥ 0 khi $-2 \leq x \leq 1$ hoặc $x > 3$ (nhận $x = -2, x = 1$; loại $x = 3$). Vậy $S = [-2; 1] \cup (3; +\infty)$.

NC 2. $\frac{x-m}{x-2} \leq 0$, điều kiện $x \neq 2$. Nghiệm: $x = m$ (tử), $x = 2$ (mẫu).

- $m < 2$: thương ≤ 0 khi $m \leq x < 2$; $S = [m; 2)$.
- $m > 2$: thương ≤ 0 khi $2 < x \leq m$; $S = (2; m]$.
- $m = 2$: $\frac{x-2}{x-2} = 1 > 0$ với mọi $x \neq 2$, không thỏa ≤ 0 ; $S = \emptyset$.

NC 3. $|x-1| + |x-3| \leq 4$. Xét theo các mốc 1 và 3.

- $x < 1$: $(1-x) + (3-x) = 4-2x \leq 4 \Leftrightarrow x \geq 0$, được $0 \leq x < 1$.
- $1 \leq x \leq 3$: $(x-1) + (3-x) = 2 \leq 4$ luôn đúng, được cả $[1; 3]$.
- $x > 3$: $(x-1) + (x-3) = 2x-4 \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 4$, được $3 < x \leq 4$.

Hợp lại: $S = [0; 4]$.

NC 4. $\sqrt{x+3} \leq x+1$. Điều kiện $x+3 \geq 0$, tức $x \geq -3$. Vế trái ≥ 0 nên cần vế phải $x+1 \geq 0$, tức $x \geq -1$. Với $x \geq -1$ bình phương hai vế (đều không âm):

$$x+3 \leq (x+1)^2 \Leftrightarrow x+3 \leq x^2+2x+1 \Leftrightarrow x^2+x-2 \geq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) \geq 0.$$

Suy ra $x \leq -2$ hoặc $x \geq 1$; kết hợp $x \geq -1$ được $x \geq 1$. Vậy $S = [1; +\infty)$.

NC 5. Trừ 1 vào mỗi phân thức (mỗi vế bớt 2, chiều bất phương trình không đổi), mọi tử đều trở thành $x-15$:

$$\frac{x-15}{2002} + \frac{x-15}{2003} > \frac{x-15}{2004} + \frac{x-15}{2005} \Leftrightarrow (x-15) \left(\frac{1}{2002} + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005} \right) > 0.$$

Vì $\frac{1}{2002} > \frac{1}{2004}$ và $\frac{1}{2003} > \frac{1}{2005}$ nên biểu thức trong ngoặc *dương*; do đó $x-15 > 0 \Leftrightarrow x > 15$.
Vậy $S = (15; +\infty)$.