



PHIẾU KHỞI ĐỘNG — BÀI 1. MỆNH ĐỀ

Toán 10 — Chương I. Mệnh đề và Tập hợp

Họ và tên: Lớp:

★ 0. KHỞI ĐỘNG — KIỂM TRA KIẾN THỨC NỀN (5–7 phút)

Câu 1. Trong các câu sau, câu nào là *câu khẳng định* (có thể nói được là đúng hay sai), câu nào *không phải* (câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh)?

- a) Số 17 là số nguyên tố.
- b) Hôm nay trời đẹp quá!
- c) Bạn đã làm bài tập chưa?
- d) Hãy vẽ một tam giác đều.

Câu 2. Số 17 có phải là số nguyên tố không? Số 15 có phải là số nguyên tố không?

Câu 3. Trong các số 2; 3; 4; 5, số 24 chia hết cho những số nào?

Câu 4. Tổng ba góc trong một tam giác bằng bao nhiêu độ? Tam giác đều có mỗi góc bằng bao nhiêu độ?

Câu 5. Điền “đúng” hoặc “sai” cho mỗi khẳng định: a) $7 + 5 = 12$; b) $\sqrt{2} > 1$; c) 15 chia hết cho 3; d) 9 là số nguyên tố.



BÀI 1. MỆNH ĐỀ

Bài giảng Toán 10 — Chương I. Mệnh đề và Tập hợp

★ A. LÝ THUYẾT

1. Mệnh đề

1. Mệnh đề

Mệnh đề là một khẳng định *đúng* hoặc *sai*.

- Một khẳng định đúng gọi là *mệnh đề đúng*; một khẳng định sai gọi là *mệnh đề sai*.
- Một mệnh đề **không thể** vừa đúng vừa sai.

Câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh, câu nêu ý kiến cá nhân *không* là mệnh đề. Ta thường kí hiệu mệnh đề bằng các chữ cái in hoa $P, Q, R, \dots$

Ví dụ 1. Mỗi câu sau là mệnh đề đúng, mệnh đề sai hay không phải mệnh đề?

a) $7 + 5 = 3$. b) $7 + x > 3$. c) $\sqrt{2} > 1$. d) 15 không chia hết cho 3.

Lời giải. a) Mệnh đề *sai* (vì $7 + 5 = 12 \neq 3$). b) *Không* phải mệnh đề (là câu chứa biến x). c) Mệnh đề *đúng*. d) Mệnh đề *sai* (vì $15 = 3 \cdot 5$ chia hết cho 3).

2. Mệnh đề chứa biến

2. Mệnh đề chứa biến

Mệnh đề chứa biến là câu khẳng định chứa một hay nhiều biến nhận giá trị trong một tập X . Với mỗi giá trị cụ thể của biến thuộc X , ta được một *mệnh đề* (đúng hoặc sai).

Ví dụ 2. Cho mệnh đề chứa biến $P(x) : “x > x^2”$ với $x \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của $P(2)$ và $P\left(\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải. $P(2) : 2 > 2^2 = 4$ là mệnh đề *sai*. $P\left(\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ là mệnh đề *đúng*.

3. Mệnh đề phủ định

3. Phủ định của một mệnh đề

Mỗi mệnh đề P có mệnh đề **phủ định**, kí hiệu $\bar{P}$. Hai mệnh đề P và $\bar{P}$ có tính đúng sai *trái ngược* nhau: nếu P đúng thì $\bar{P}$ sai, nếu P sai thì $\bar{P}$ đúng.

Ví dụ 3. Nêu mệnh đề phủ định và xét tính đúng sai của phủ định đó:

$A : “6$ là số nguyên tố”. $B : “\sqrt{2}$ là số vô tỉ”.

Lời giải. $\bar{A} : “6$ không là số nguyên tố” — *đúng* (vì $6 = 2 \cdot 3$ là hợp số).
 $\bar{B} : “\sqrt{2}$ không là số vô tỉ” (tức là số hữu tỉ) — *sai*.

4. Mệnh đề kéo theo

4. Mệnh đề kéo theo

Cho hai mệnh đề P và Q . Mệnh đề “*Nếu P thì Q* ” gọi là **mệnh đề kéo theo**, kí hiệu $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ *chỉ sai* khi P đúng và Q sai; trong mọi trường hợp còn lại $P \Rightarrow Q$ đúng.



Chú ý. Các định lý toán học thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó P là *giả thiết*, Q là *kết luận*; ta nói P là **điều kiện đủ** để có Q , và Q là **điều kiện cần** để có P .

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC . Xét P : “tam giác ABC vuông tại A ” và Q : “ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ”. Phát biểu $P \Rightarrow Q$ và cho biết tính đúng sai.

Lời giải. $P \Rightarrow Q$: “Nếu tam giác ABC vuông tại A thì $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ” — *đúng* (định lý Pythagore). Khi đó “vuông tại A ” là điều kiện đủ để có $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

5. Mệnh đề đảo — Hai mệnh đề tương đương

5. Mệnh đề đảo. Mệnh đề tương đương

- **Mệnh đề đảo:** Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ gọi là *mệnh đề đảo* của $P \Rightarrow Q$.
- **Tương đương:** Nếu cả $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói P và Q là *hai mệnh đề tương đương*, kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$ (đọc là “ P khi và chỉ khi Q ”). Khi đó P là **điều kiện cần và đủ** để có Q .

Ví dụ 5. Cho $P \Rightarrow Q$: “Nếu $a : 6$ thì $a : 3$ ”. Lập mệnh đề đảo và xét tính đúng sai.

Lời giải. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ *đúng* ($a = 6k = 3 \cdot 2k$). Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$: “Nếu $a : 3$ thì $a : 6$ ” — *sai* (phản ví dụ $a = 3$ chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 6). Vậy P và Q *không tương đương*.

6. Kí hiệu $\forall$ và $\exists$

6. Kí hiệu $\forall$ “với mọi” và $\exists$ “tồn tại”

- “ $\forall x \in X, P(x)$ ” đúng khi với *mọi* $x_0 \in X$, $P(x_0)$ đúng; và sai khi có *một* $x_0 \in X$ để $P(x_0)$ sai.
- “ $\exists x \in X, P(x)$ ” đúng khi có *một* $x_0 \in X$ để $P(x_0)$ đúng; và sai khi với *mọi* $x_0 \in X$, $P(x_0)$ sai.

Phủ định của mệnh đề chứa lượng từ:

$$\overline{\forall x \in X, P(x)} = \exists x \in X, \overline{P(x)}; \quad \overline{\exists x \in X, P(x)} = \forall x \in X, \overline{P(x)}.$$

Ví dụ 6. Nêu mệnh đề phủ định của M : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ” và cho biết mệnh đề nào đúng.

Lời giải. $\overline{M}$: “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$ ”. Ta có $x^2 + 3x + 5 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0$ với mọi x , nên M *đúng* và $\overline{M}$ *sai*.

Chú ý. Bốn điểm dễ sai của bài này:

- $P \Rightarrow Q$ *chỉ sai* trong đúng một trường hợp: P đúng và Q sai.
- Trong $P \Rightarrow Q$: P là điều kiện *đủ*, Q là điều kiện *cần* (đừng đảo hai chiều này).
- Phủ định của $\forall$ là $\exists$ (và ngược lại): phải *đổi lượng từ và phủ định vị từ bên trong* ($>$ thành $\leq$, $=$ thành $\neq$...). Chỉ đổi dấu mà quên đổi $\forall \leftrightarrow \exists$ là sai.
- Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ có thể *sai* ngay cả khi $P \Rightarrow Q$ đúng.



B. CÁC DẠNG THƯỜNG GẶP

■ DẠNG 1. Xác định mệnh đề đúng/sai

Phương pháp. Khẳng định đúng là mệnh đề đúng, khẳng định sai là mệnh đề sai. Câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh, câu chứa biến *không* là mệnh đề. Với mệnh đề ghép: $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng, Q sai; $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi P, Q cùng đúng hoặc cùng sai.

Luyện tập 1.1. Câu nào sau đây *không* là mệnh đề?

- A) Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.
- B) $3 < 1$.
- C) $4 - 5 = 1$.
- D) Bạn học giỏi quá!

Luyện tập 1.2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *đúng*?

- A) $6\sqrt{2}$ là số hữu tỉ.
- B) Phương trình $x^2 + 7x - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
- C) 17 là số chẵn.
- D) Phương trình $x^2 + x + 7 = 0$ có nghiệm.

Luyện tập 1.3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

- A) $\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$.
- B) $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$.
- C) $\sqrt{23} < 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{23} < 2,5$.
- D) $\sqrt{23} < 5 \Leftrightarrow -2\sqrt{23} < -2,5$.

■ DẠNG 2. Phủ định mệnh đề

Phương pháp. Phủ định của P là “không phải P ”: thêm hoặc bớt chữ “không”; đổi quan hệ ($= \leftrightarrow \neq$, $< \leftrightarrow \geq$, $> \leftrightarrow \leq$). Với lượng từ: đổi $\forall \leftrightarrow \exists$ đồng thời phủ định vị từ bên trong: $\overline{\forall x, P(x)} = \exists x, \overline{P(x)}$ và $\overline{\exists x, P(x)} = \forall x, \overline{P(x)}$.

Luyện tập 2.1. Mệnh đề phủ định của “2018 là số tự nhiên chẵn” là

- A) 2018 là số chẵn.
- B) 2018 là số nguyên tố.
- C) 2018 không là số tự nhiên chẵn.
- D) 2018 là số chính phương.

Luyện tập 2.2. Mệnh đề phủ định của “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ” là

- A) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.
- B) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$.
- C) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 < 0$.
- D) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$.

Luyện tập 2.3. Nêu mệnh đề phủ định và xét tính đúng sai của phủ định đó:

- a) A : “6 là số nguyên tố”. b) B : “ $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ là số chính phương”.
- c) C : “ $\forall n \in \mathbb{N}, n^4 - n^2 + 1$ là hợp số”.



ANG 3. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

Phương pháp. $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng, Q sai. Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$. Dùng các cách nói: “ P là điều kiện đủ để có Q ”, “ Q là điều kiện cần để có P ”, “ P là điều kiện cần và đủ để có Q ” (khi $P \Leftrightarrow Q$).

Luyện tập 3.1. Phát biểu mệnh đề sau bằng “điều kiện đủ”, rồi bằng “điều kiện cần”:

“Nếu một số tự nhiên có chữ số tận cùng là 5 thì nó chia hết cho 5.”

Luyện tập 3.2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- A) Nếu a và b cùng chia hết cho c thì $a + b$ chia hết cho c .
- B) Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau.
- C) Nếu a chia hết cho 3 thì a chia hết cho 9.
- D) Nếu một số có chữ số tận cùng bằng 0 thì số đó chia hết cho 5.

Luyện tập 3.3. Lập mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo:

- a) “Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì nó có ba góc vuông.”
- b) “Nếu $a : 6$ thì $a : 2$.”

■ DẠNG 4. Mệnh đề với kí hiệu $\forall$ và $\exists$

Phương pháp. Mệnh đề “ $\forall$ ” sai chỉ cần chỉ ra một phản ví dụ; mệnh đề “ $\exists$ ” đúng chỉ cần chỉ ra một ví dụ. Muốn khẳng định “ $\forall$ ” đúng (hoặc “ $\exists$ ” sai) phải lập luận tổng quát.

Luyện tập 4.1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.
- B) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$.
- C) $\exists r \in \mathbb{Q}, r^2 = 7$.
- D) $\forall n \in \mathbb{N}, n + 4$ chia hết cho 4.

Luyện tập 4.2. Tìm mệnh đề sai.

- A) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$.
- B) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq x$.
- C) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 5x + 6 = 0$.
- D) $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$.

Luyện tập 4.3. Xét tính đúng sai (có giải thích) của mỗi mệnh đề:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$.
- b) $\forall n \in \mathbb{N}^*, n(n + 1)$ là số lẻ.
- c) $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 + 2x + 5$ là hợp số.

■ DẠNG 5. Sử dụng mệnh đề trong chứng minh toán học

Phương pháp. Dùng phép kéo theo, tương đương và đặc biệt là *chứng minh phản chứng*: muốn chứng minh $A \Rightarrow B$, ta giả sử B sai rồi suy luận dẫn tới điều mâu thuẫn; từ đó kết luận B đúng. Muốn bác bỏ một mệnh đề “ $\forall$ ” chỉ cần một phản ví dụ.

Luyện tập 5.1. Chứng minh rằng: nếu $a + b < 2$ thì một trong hai số a, b nhỏ hơn 1.

Luyện tập 5.2. Chứng minh rằng: nếu $x \neq -1$ và $y \neq -1$ thì $x + y + xy \neq -1$.

Luyện tập 5.3. Chứng minh rằng: với mọi $n \in \mathbb{N}$, nếu n^2 chia hết cho 3 thì n chia hết cho 3.



C. PHIẾU BÀI TẬP

Bài 1. Phát biểu nào sau đây là một *mệnh đề*?

- A) Mùa thu Hà Nội đẹp quá!
- B) Bạn có đi học không?
- C) Đề thi môn Toán khó quá!
- D) Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.

Bài 2. Câu nào sau đây *không* là mệnh đề?

- A) π có phải là một số vô tỉ không?
- B) $2 + 2 = 5$.
- C) $\sqrt{2}$ là một số hữu tỉ.
- D) $\frac{4}{2} = 2$.

Bài 3. Trong các câu sau, câu nào là *mệnh đề*?

- A) Đi ngủ đi!
- B) Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới.
- C) Bạn học trường nào?
- D) Không được làm việc riêng trong giờ học.

Bài 4. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu *không* phải là mệnh đề? a) Huế là một thành phố của Việt Nam. b) Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế. c) Hãy trả lời câu hỏi này! d) $5 + 19 = 24$. e) $6 + 81 = 25$. f) Bạn có rối tối nay không? g) $x + 2 = 11$.

- A) 1.
- B) 2.
- C) 3.
- D) 4.

Bài 5. Mệnh đề phủ định của “Có một học sinh trong lớp C4 không chấp hành luật giao thông” là

- A) Không có học sinh nào trong lớp C4 chấp hành luật giao thông.
- B) Mọi học sinh trong lớp C4 đều chấp hành luật giao thông.
- C) Có một học sinh trong lớp C4 chấp hành luật giao thông.
- D) Mọi học sinh trong lớp C4 đều không chấp hành luật giao thông.

Bài 6. (Bẫy sai lầm) Mệnh đề phủ định của “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$ ” là

- A) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x$.
- B) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > x$.
- C) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x$.
- D) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < x$.

Bài 7. Cho định lí “Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau”. Mệnh đề nào sau đây *đúng*?

- A) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích của chúng bằng nhau.
- B) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để diện tích của chúng bằng nhau.
- C) Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện đủ để chúng bằng nhau.
- D) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích của chúng bằng nhau.

Bài 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *đúng*?



$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 1 \Rightarrow x > -1.$

B) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 1 \Rightarrow x > 1.$

C) $\forall x \in \mathbb{R} : x > -1 \Rightarrow x^2 > 1.$

D) $\forall x \in \mathbb{R} : x > 1 \Rightarrow x^2 > 1.$

Bài 9. Xét các mệnh đề với $n \in \mathbb{N}$. Mệnh đề nào sau đây *sai*?

A) Nếu $n^2 \vdots 3$ thì $n \vdots 3$.

B) Nếu $n^2 \vdots 6$ thì $n \vdots 3$.

C) Nếu $n^2 \vdots 9$ thì $n \vdots 9$.

D) Nếu $n^2 \vdots 36$ thì $n \vdots 6$.

Bài 10. Xét tính đúng sai (có giải thích) của mỗi mệnh đề:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0.$ b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3.$ c) $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \vdots 3.$



★ D. KIỂM TRA CƠ BẢN (15 phút)

Câu 1. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề? a) Hãy đi nhanh lên! b) Hà Nội là thủ đô của Việt Nam. c) $5 + 7 + 4 = 15$. d) Năm 2018 là năm nhuận.

- A) 4.
- B) 3.
- C) 1.
- D) 2.

Câu 2. Chọn mệnh đề *sai*.

- A) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$.
- B) $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.
- C) $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$.
- D) $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$.

Câu 3. Mệnh đề phủ định của “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 > 0$ ” là

- A) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.
- B) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 \leq 0$.
- C) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.
- D) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 5 < 0$.

Câu 4. Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{Q}, 2x^2 - 5x + 2 = 0$ ” là

- A) $\exists x \in \mathbb{Q}, 2x^2 - 5x + 2 > 0$.
- B) $\exists x \in \mathbb{Q}, 2x^2 - 5x + 2 \neq 0$.
- C) $\forall x \in \mathbb{Q}, 2x^2 - 5x + 2 \neq 0$.
- D) $\forall x \in \mathbb{Q}, 2x^2 - 5x + 2 = 0$.

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là *định lí* (mệnh đề đúng)?

- A) $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$.
- B) $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$.
- C) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$.
- D) Nếu $a + b$ chia hết cho 3 thì a, b đều chia hết cho 3.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây *đúng*?

- A) $\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \Rightarrow x^2 > 9$.
- B) $\forall x \in \mathbb{R}, x > -3 \Rightarrow x^2 > 9$.
- C) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > 3$.
- D) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > -3$.

Câu 7. Chọn mệnh đề *đúng* trong các mệnh đề sau.

- A) $\forall x \in \mathbb{R}, x + 1 > x$.
- B) $\forall x \in \mathbb{R}, |x| = x$.
- C) $\exists x \in \mathbb{R}, x - 3 = x^2$.
- D) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

Câu 8. Xét tính đúng, sai của mỗi mệnh đề sau (ghi Đ/S):

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$.
- b) $\exists a \in \mathbb{Q}, a > a^2$.
- c) $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + n + 2$ chia hết cho 2.
- d) $\forall n \in \mathbb{N}, n(n + 1)(n + 2)$ không chia hết cho 3.



9. (Trả lời ngắn) Có bao nhiêu giá trị của x để “ $x^2 - 1 = 0, x \in \mathbb{N}$ ” là mệnh đề đúng?



E. NÂNG CAO

Nâng cao 1. Chứng minh rằng $\sqrt{2}$ là số vô tỉ (dùng phương pháp phản chứng).

Nâng cao 2. Chứng minh rằng: nếu một tam giác không đều thì nó có ít nhất một góc nhỏ hơn 60° .

Nâng cao 3. Xét tính đúng sai (có giải thích) của mỗi mệnh đề logic từ:

a) A : “ $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : y = xy$ ”. b) B : “ $\forall a \in \mathbb{R}, \exists b \in \mathbb{R} : a = 3b$ ”.

c) C : “ $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ ”.

Nâng cao 4. Cho mệnh đề P : “ $\forall n \in \mathbb{N}$, nếu n là số nguyên tố và $n > 2$ thì n lẻ”. Nêu mệnh đề phủ định $\bar{P}$ và cho biết $P, \bar{P}$ mệnh đề nào đúng.

Nâng cao 5. Chứng minh rằng: với $n \in \mathbb{N}$, nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.



F. LỜI GIẢI

Khởi động

Câu 1. a) khẳng định; b) câu cảm thán; c) câu hỏi; d) câu mệnh lệnh (chỉ a) là câu khẳng định có tính đúng sai). **Câu 2.** 17 là số nguyên tố; $15 = 3 \cdot 5$ không là số nguyên tố. **Câu 3.** 24 chia hết cho 2; 3; 4 (không chia hết cho 5). **Câu 4.** Tổng ba góc $= 180^\circ$; tam giác đều mỗi góc $= 60^\circ$. **Câu 5.** a) đúng; b) đúng; c) đúng; d) sai ($9 = 3^2$ là hợp số).

Luyện tập (phần B)

LT 1.1. Chọn D. “Bạn học giỏi quá!” là câu cảm thán nên không là mệnh đề; ba câu còn lại là khẳng định (dù B, C sai) nên đều là mệnh đề.

LT 1.2. Chọn B. Phương trình $x^2 + 7x - 2 = 0$ có tích hai nghiệm $\frac{c}{a} = \frac{-2}{1} < 0$ nên có hai nghiệm trái dấu. (A sai: $6\sqrt{2}$ vô tỉ; C sai: 17 lẻ; D sai: $\Delta = 1 - 28 < 0$ nên vô nghiệm.)

LT 1.3. Chọn C. Ở C: $\sqrt{23} < 5$ đúng nhưng $2\sqrt{23} \approx 9,59$ không nhỏ hơn 2,5, nên về phải sai; “đúng $\Leftrightarrow$ sai” là mệnh đề sai. (A: sai $\Leftrightarrow$ sai nên đúng; B: đúng $\Leftrightarrow$ đúng; D: đúng $\Leftrightarrow$ đúng.)

LT 2.1. Chọn C. Phủ định chỉ cần thêm chữ “không”: “2018 không là số tự nhiên chẵn”.

LT 2.2. Chọn B. Đổi $\forall \rightarrow \exists$ và $>$ thành $\leq$: “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$ ”.

LT 2.3. a) $\bar{A}$: “6 không là số nguyên tố” — đúng (vì 6 là hợp số).

b) $\bar{B}$: “ $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ không là số chính phương” — sai, vì $n = 0$ cho $n(n+1) = 0 = 0^2$ là số chính phương.

c) $\bar{C}$: “ $\exists n \in \mathbb{N}, n^4 - n^2 + 1$ là số nguyên tố” — đúng, vì $n = 2$ cho $16 - 4 + 1 = 13$ là số nguyên tố.

LT 3.1. “Một số tự nhiên có chữ số tận cùng là 5” là điều kiện đủ để “nó chia hết cho 5”; nói cách khác, “chia hết cho 5” là điều kiện cần để “có chữ số tận cùng là 5”.

LT 3.2. Chọn C. Mệnh đề đảo của C là “Nếu $a : 9$ thì $a : 3$ ” — đúng ($a = 9k = 3 \cdot 3k$). Các mệnh đề đảo còn lại đều sai (A: $1 + 2 = 3 : 3$ nhưng 1, 2 không cùng chia hết 3; B: diện tích bằng nhau không suy ra hai tam giác bằng nhau; D: $15 : 5$ nhưng không tận cùng bằng 0).

LT 3.3. a) Đảo: “Nếu tứ giác $ABCD$ có ba góc vuông thì nó là hình chữ nhật” — đúng (góc thứ tư $= 360^\circ - 3 \cdot 90^\circ = 90^\circ$ nên tứ giác có bốn góc vuông, là hình chữ nhật).

b) Đảo: “Nếu $a : 2$ thì $a : 6$ ” — sai (phản ví dụ $a = 2$).

LT 4.1. Chọn A. $x^2 \geq 0$ nên $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ với mọi x . (B sai: $x = \frac{1}{2}$ cho $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$; C sai: $\sqrt{7}$ vô tỉ; D sai: $n = 1$ cho 5 không chia hết 4.)

LT 4.2. Chọn B. Với $x = \frac{1}{2}$ thì $x^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2} = x$, nên “ $\forall x, x^2 \geq x$ ” sai. (A đúng: $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 > 0$; C đúng: $x = -2$; D đúng: $x = \frac{1}{2}$.)

LT 4.3. a) Đúng: $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0$ với mọi x .

b) Sai: n và $n+1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên có một số chẵn, do đó tích $n(n+1)$ luôn chẵn (phản ví dụ $n = 1$ cho $1 \cdot 2 = 2$).

c) Đúng: $x = 1$ cho $1 + 2 + 5 = 8 = 2 \cdot 4$ là hợp số.

LT 5.1. Giả sử trái lại, cả $a \geq 1$ và $b \geq 1$. Khi đó $a + b \geq 2$, mâu thuẫn với giả thiết $a + b < 2$. Vậy phải có ít nhất một trong hai số a, b nhỏ hơn 1.

LT 5.2. Giả sử trái lại $x + y + xy = -1$. Khi đó

$$x + y + xy + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(y+1) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } y = -1,$$

mâu thuẫn với giả thiết $x \neq -1$ và $y \neq -1$. Vậy $x + y + xy \neq -1$.



5.3. Chứng minh phản chứng. Giả sử n không chia hết cho 3. Khi đó $n = 3k + 1$ hoặc $n = 3k + 2$ với $k \in \mathbb{N}$.

$$(3k + 1)^2 = 3(3k^2 + 2k) + 1, \quad (3k + 2)^2 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1,$$

cả hai đều chia 3 dư 1, nên n^2 không chia hết cho 3 — mâu thuẫn giả thiết. Vậy nếu $n^2 : 3$ thì $n : 3$.

Phiếu bài tập (phần C)

Bài	1	2	3	4	5	6	7	Bài	8
Đáp án	D	A	B	C	B	C	D	Đáp án	D

Bài 1. D — “Hà Nội là thủ đô của Việt Nam” là khẳng định đúng; A, C là câu cảm thán, B là câu hỏi.

Bài 2. A — “ π có phải là một số vô tỉ không?” là câu hỏi. B, C, D là các khẳng định (dù B, C sai) nên là mệnh đề.

Bài 3. B — A, D là câu mệnh lệnh, C là câu hỏi; chỉ B là khẳng định có tính đúng sai.

Bài 4. C — ba câu không phải mệnh đề là c) (mệnh lệnh), f) (câu hỏi), g) (chứa biến x). Các câu a), b), d), e) là mệnh đề (d đúng, e sai vì $6 + 81 = 87 \neq 25$).

Bài 5. B — phủ định của “ $\exists$ học sinh ...không chấp hành” là “ $\forall$ học sinh ...đều chấp hành”.

Bài 6. C (bấy) — phủ định của “ $\forall x, x^2 > x$ ” phải đồng thời đổi $\forall \rightarrow \exists$ và đổi $>$ thành $\leq$, cho “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x$ ”. Bấy A giữ nguyên $\forall$ (sai); bấy D đổi thành $<$ thay vì $\leq$ (bỏ mất trường hợp $x^2 = x$).

Bài 7. D — định lí có dạng $P \Rightarrow Q$ với P = “hai tam giác bằng nhau”, Q = “diện tích bằng nhau”; do đó P là điều kiện đủ để có Q .

Bài 8. D — nếu $x > 1 > 0$ thì $x^2 > 1$, mệnh đề đúng. Các mệnh đề A, B, C đều có phản ví dụ $x = -2$ (cho $x^2 = 4 > 1$ nhưng x không > 1) hoặc $x = 0$.

Bài 9. C — “Nếu $n^2 : 9$ thì $n : 9$ ” sai: phản ví dụ $n = 3$ cho $n^2 = 9 : 9$ nhưng 3 không chia hết cho 9. (A đúng vì 3 nguyên tố; B đúng vì $n^2 : 6 \Rightarrow n^2 : 3 \Rightarrow n : 3$; D đúng vì $n^2 : 36 \Rightarrow n : 2$ và $n : 3 \Rightarrow n : 6$.)

Bài 10. a) Đúng: $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi x .

b) Đúng: chọn $x = \sqrt{3}$ (hoặc $x = -\sqrt{3}$) thì $x^2 = 3$.

c) Đúng: trong ba số tự nhiên liên tiếp $n, n + 1, n + 2$ luôn có đúng một số chia hết cho 3, nên tích $n(n + 1)(n + 2)$ chia hết cho 3.

Kiểm tra cơ bản (phần D)

Câu	1	2	3	4	5	6	7
Đáp án	B	A	A	C	B	A	A

Câu 1. B — ba câu b), c), d) là mệnh đề (a là câu mệnh lệnh); c) sai vì $5 + 7 + 4 = 16$, d) sai vì 2018 không chia hết cho 4, nhưng vẫn là mệnh đề.

Câu 2. A — “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ” sai vì $x = 0$ cho $x^2 = 0$. Các mệnh đề B ($x = \frac{1}{2}$), C ($n = 0$ hoặc $n = 1$), D đều đúng.

Câu 3. A — đổi $\forall \rightarrow \exists$ và $>$ thành $\leq$.

Câu 4. C — đổi $\exists \rightarrow \forall$ và $=$ thành $\neq$.

Câu 5. B — nếu $x > 2$ thì $x^2 > 4$, đúng. A sai ($x = 0$), C sai ($x = -3$), D sai ($a = 1, b = 2$).

Câu 6. A — nếu $x > 3$ thì $x^2 > 9$, đúng. Các phương án còn lại có phản ví dụ $x = 0$ hoặc $x = -4$.

Câu 7. A — $x + 1 > x$ đúng với mọi x . B sai ($x < 0$), C sai ($x^2 - x + 3 = 0$ vô nghiệm vì $\Delta = -11 < 0$), D sai ($x^2 \geq 0$).



8. a) **S** ($x = 0$ cho $x^2 = 0$); b) **Đ** ($a = \frac{1}{2}$ cho $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$); c) **Đ** ($n^2 + n = n(n + 1)$ chẵn, cộng 2 vẫn chẵn); d) **S** (tích ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3).

Câu 9. $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$; vì $x \in \mathbb{N}$ nên chỉ nhận $x = 1$. Vậy có 1 giá trị.

Nâng cao (phần E)

NC 1. Giả sử trái lại $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ, viết $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ với $p, q \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{p}{q}$ tối giản. Bình phương hai vế: $p^2 = 2q^2$, nên p^2 chẵn, suy ra p chẵn (theo Câu D-8 c / LT 5.3 cho số 2). Đặt $p = 2m$, khi đó $4m^2 = 2q^2 \Rightarrow q^2 = 2m^2$, nên q^2 chẵn, suy ra q chẵn. Vậy p, q cùng chia hết cho 2, mâu thuẫn với $\frac{p}{q}$ tối giản. Do đó $\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

NC 2. Giả sử trái lại: tam giác có mọi góc đều $\geq 60^\circ$. Khi đó tổng ba góc $\geq 3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$. Nhưng tổng ba góc của tam giác bằng đúng 180° , nên dấu “=” phải xảy ra, tức cả ba góc bằng 60° — tam giác đều, mâu thuẫn với giả thiết không đều. Vậy tam giác không đều có ít nhất một góc nhỏ hơn 60° .

NC 3. a) **A đúng**: chọn $x = 1$ thì $y = 1 \cdot y = y$ đúng với mọi $y \in \mathbb{R}$. (Đây là mệnh đề “ $\exists x$ để với mọi $y \dots$ ”, ta chỉ cần chỉ ra một x thỏa.)

b) **B đúng**: với mỗi $a \in \mathbb{R}$, chọn $b = \frac{a}{3} \in \mathbb{R}$ thì $a = 3b$.

c) **C đúng**: đây là khai triển hằng đẳng thức $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$, đúng với mọi x, y .

NC 4. $\overline{P}$: “ $\exists n \in \mathbb{N}$, n là số nguyên tố và $n > 2$ và n chẵn”. Mệnh đề **P đúng**: mọi số nguyên tố lớn hơn 2 đều lẻ (một số chẵn lớn hơn 2 luôn chia hết cho 2 nên không thể là số nguyên tố). Do đó $\overline{P}$ sai.

NC 5. Chứng minh phản chứng. Giả sử n lẻ, tức $n = 2k + 1$ với $k \in \mathbb{N}$. Khi đó

$$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

là số lẻ, mâu thuẫn với giả thiết n^2 chẵn. Vậy nếu n^2 chẵn thì n chẵn.